AlloSchool

Mathématiques : 2Bac SPC-SVT-Agro-STE-STM

Semestre 1 Devoir 2 Modèle 1

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

I- Exercice 1

Soit f la fonction définie par $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$.

Soit $(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1. Déterminer D_f et calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
2. Étudier les branches infinies de la courbe $(\mathscr{C}_f)$.
3. Étudier la position relative de la courbe $(\mathscr{C}_f)$ et la droite (Δ) d'équation $(\Delta) : y = x$.
4. Étudier la dérivabilité de la fonction f à droite en 0.
5. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]0, +\infty[$.
6. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
7. Construire (Δ) et $(\mathscr{C}_f)$.

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 2 \\ u_0 = 1 \end{cases}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$.

8. Montrer par récurrence que $u_n > 1 \ (\forall n \in \mathbb{N})$.
9. Montrer que (u_n) est décroissante, en déduire qu'elle est convergente.
10. Calculer la limite de la suite (u_n).

II- Exercice 2

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 2 \\ u_0 = 1 \end{cases}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. Démontrer que pour tout entier naturel $n \geq 4$, on a $u_n \geq 0$.
3. En déduire que pour tout entier naturel $n \geq 5$, on a $u_n \geq n - 3$.
4. En déduire la limite de la suite (u_n).

On définit la suite (v_n) par $v_n = -2u_n + 3n - \frac{21}{2} \ (\forall n \in \mathbb{N})$

5. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on donnera la

raison et le premier terme.

6. En déduire que $u_n = \frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}n - \frac{21}{4}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

Soit la somme S_n définie par : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots\ldots u_n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$.

7. Déterminer l'expression de S_n en fonction de n.