Mathématiques : 3ème Année Collège

Séance 7 (Triangle rectangle et trigonométrie)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Cosinus, sinus et tangente d’un angle aigu

1-1/ Cosinus d’un angle aigu

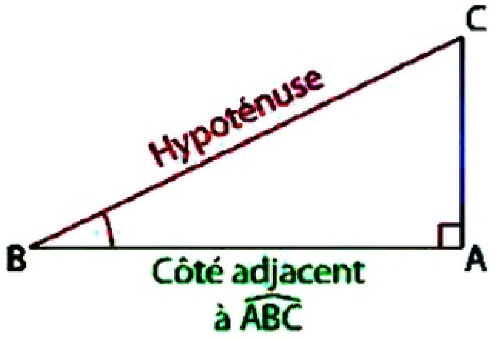
Définition

Dans un triangle rectangle, le cosinus d’un angle aigu est égal au quotient du côté adjacent sur l’hypoténuse.

Exemple

Dans un triangle ABC rectangle en A :

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{l'hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$



1-2/ Sinus d'un angle aigu

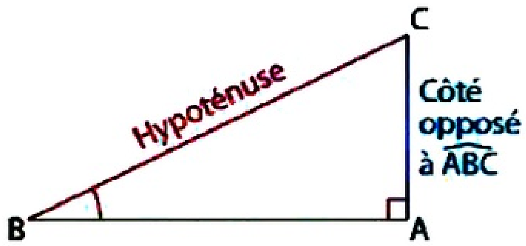
Définition

Le sinus d'un angle aigu est égal au quotient du côté opposé sur l'hypoténuse.

Exemple

Dans un triangle ABC rectangle en A :

$$\sin\widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{l'hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$



1-3/ Tangente d'un angle aigu

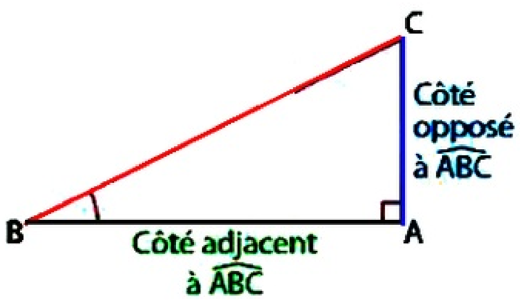
Définition

La tangente d'un angle aigu est égale au quotient du côté opposé sur le côté adjacent.

Exemple

Dans un triangle ABC rectangle en A :

$$\tan\widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{AC}{AB}$$



1-4/ Propriété

Si x désigne la mesure d'un angle aigu non nul, alors :

$$0 < \cos x < 1 \quad \text{et} \quad 0 < \sin x < 1$$

II- Formules trigonométriques

2-1/ Propriété 1

Pour tout angle aigu $\widehat{a}$ on a :

$$\cos^2 \widehat{a} + \sin^2 \widehat{a} = 1$$
$$\tan \widehat{a} = \frac{\sin \widehat{a}}{\cos \widehat{a}}$$

2-2/ Propriété 2

Si $\widehat{a}$ et $\hat{b}$ sont les mesures de deux angles complémentaires $\left(\widehat{a} + \hat{b}\right) = 90^\circ$, alors :

$$\cos \widehat{a} = \sin \hat{b}$$
$$\sin \widehat{a} = \cos \hat{b}$$
$$\tan \widehat{a} = \frac{1}{\tan \hat{b}}$$

2-3/ Angles particuliers

x	0°	30°	45°	60°	90°
sinx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cosx	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tanx	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Indéterminé

III- Exercices

3-1/ Exercice 1

ABC est un triangle tel que : $AB = \sqrt{3}$ et $AC = 1$ et $BC = 2$

1. Prouver que le triangle ABC est rectangle
2. Calculer $\cos \widehat{ABC}$, $\sin \widehat{ABC}$ et $\tan \widehat{ABC}$
3. Déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$

3-2/ Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $\sin \widehat{ABC} = \frac{3}{5}$ et $BC = 15cm$

1. Calculer $\cos \widehat{ABC}$ et $\tan \widehat{ABC}$

2. Calculer AB puis AC

3-3/ Exercice 3

α est la mesure d'un angle aigu tel que : $0 < \alpha < 90^\circ$

Simplifier :

$$A = \cos\alpha\,(\sin\alpha + \cos\alpha) - \sin\alpha\,(\cos\alpha - \sin\alpha) =$$
$$B = \frac{1}{1+\sin\alpha} + \frac{1}{1-\sin\alpha} - \frac{2}{\cos^2\alpha} =$$
$$C = \sin\alpha \times \sqrt{1-\cos\alpha} \times \sqrt{1+\cos\alpha} + \cos^2\alpha =$$
$$D = \sqrt{2}\sin^2\alpha + 2\sin 45^\circ \cos^2\alpha =$$

3-4/ Exercice 4

α est la mesure d'un angle non nul :

1. Calculer $\cos\alpha$ et $\tan\alpha$ sachant que $\sin\alpha = \frac{5}{7}$
2. Calculer $\sin\alpha$ et $\tan\alpha$ sachant que $\cos\alpha = \frac{4}{5}$
3. Calculer $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$ sachant que $\tan\alpha = 6$

3-5/ Exercice 5

Calculer :

$$A = 2\cos 15^\circ + \cos^2 36^\circ - 2\sin 75^\circ + \cos^2 54^\circ$$
$$B = \cos^2 28^\circ - \sin^2 51^\circ + \cos^2 62^\circ + \cos^2 39^\circ$$
$$C = \tan 73^\circ \times \tan 17^\circ - \sin^2 40^\circ - \sin^2 50^\circ$$
$$D = \sin^2 33^\circ - 4\sin^2 30^\circ + \sin^2 57^\circ + 3\tan 50^\circ \times \tan 40^\circ =$$

3-6/ Exercice 6

a et b et c sont les mesures des angles d'un triangle.

Montrer que :

$$\cos^2\left(\frac{a+b}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{c}{2}\right) = 1$$