



Mathématiques : 2ème Année Collège

Séance 8 (Les puissances)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- La puissance d'un nombre rationnel

1-1/ Définition

1-2/ Cas particuliers

1-3/ Puissance d'exposant négatif

1-4/ Signe d'une puissance de base négative

II- Propriétés de calculs sur les puissances

2-1/ Produit de deux puissances de même base

2-2/ Quotient de deux puissances de même base

2-3/ Produit de deux puissances de même exposant

2-4/ Quotient de deux puissances de même exposant

2-5/ Puissance d'une puissance

III- L'écriture scientifique d'un nombre décimal relatif

3-1/ Les puissances de 10

3-2/ L'écriture scientifique

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

4-2/ Exercice 2

4-3/ Exercice 3

4-4/ Exercice 4

4-5/ Exercice 5

4-6/ Exercice 6

4-7/ Exercice 7

I- La puissance d'un nombre rationnel

1-1/ Définition

a est un nombre rationnel et n un entier naturel non nul :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Exemple

1-2/ Cas particuliers

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^1 = a$$

$$0^n = 0 \quad (n \neq 0)$$

$$0^0 \text{ n'existe pas}$$

1-3/ Puissance d'exposant négatif

a est un nombre rationnel non nul et n un entier naturel :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Résultat

$\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel non nul et n un entier naturel :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Exemple

1-4/ Signe d'une puissance de base négative

Une puissance de base négative est de signe :

- Positif : si l'exposant est un nombre est un pair
- Négatif : si l'exposant est un nombre impair

Remarque

$$(-5)^2 \neq -5^2 \quad \text{car } (-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25 \quad \text{et } -5^2 = -(5 \times 5) = -25$$

Exemple

II- Propriétés de calculs sur les puissances

2-1/ Produit de deux puissances de même base

Propriété 1

a est un nombre rationnel non nul. m et n deux entiers naturels :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Exemple

2-2/ Quotient de deux puissances de même base

Propriété 2

a est un nombre rationnel non nul. m et n deux entiers naturels :

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Exemple

2-3/ Produit de deux puissances de même exposant

Propriété 3

a et b deux nombres rationnels non nuls. m un entier naturel :

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

Exemple

2-4/ Quotient de deux puissances de même exposant

Propriété 4

a et b deux nombres rationnels non nuls. m un entier naturel :

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

Exemple

2-5/ Puissance d'une puissance

Propriété 5

a est un nombre rationnel non nul. m et n deux entiers naturels :

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

Exemple

III- L'écriture scientifique d'un nombre décimal relatif

3-1/ Les puissances de 10

Définition

n est un entier naturel :

- $10^n = 1 \underbrace{00\dots\dots 0}_{n \text{ zéros}}$
- $10^{-n} = \underbrace{0, 00\dots\dots 0}_{n \text{ zéros}} 1$
- $10^0 = 1$; $10^1 = 10$; $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$

Exemple

3-2/ L'écriture scientifique

Règle

x est un nombre décimal relatif et a un nombre décimal et n un entier naturel.

Toutes écritures sous forme $x = a \times 10^n$ et $x = -a \times 10^n$ est appelée écriture scientifique de nombre x tels que : $1 \leq a < 10$

Exemple

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

calculer :

$$\frac{5^2}{15} ; \frac{17^0}{9} ; (-2)^5 ; \left(-\frac{7}{9}\right)^2 ; 1^{2009} ; 0^{2008} ; (-1)^{2008}$$

$$\left(\frac{-15}{33}\right)^0 ; \left(\frac{14}{235}\right)^1 ; 11^3 ; \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} ; 10^{-7} ; \left[\left(\frac{4}{3}\right)^{-3} \times \left(\frac{21}{91}\right)^8\right]^0$$

$$\left[\left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{6}{2}\right)^5\right]^2 ; \left(\frac{6}{5}\right)^3 \times \frac{12}{10} \times \left(\frac{15}{18}\right)^4 ; \left(\frac{1}{9}\right)^2 \times \left(\frac{27}{3}\right)^3 \times \frac{2}{9}$$

4-2/ Exercice 2

Déterminer le signe en justifiant votre réponse :

$$\frac{-5^2(-3)^3}{-(-7)^2} ; -(-4)^3 \times (-7)^{11} ; \left(\frac{77}{-5}\right)^{2008}$$

$$-33^8 ; \left(-\frac{11}{27}\right)^{211} ; \left(\frac{-11}{35}\right)^{11} ; (-12)^3$$

4-3/ Exercice 3

Écrire sous forme de puissance d'un nombre rationnel :

$8^{11} \times 0,5^{11} \times (-0,2)^{11}$	$\frac{5^2 \times 5^7 \times 5}{(9^2)^4 \times 9^2}$	$\frac{7^{12} \times 7^{11}}{7^9 \times 7^5}$	$\frac{5^{14}}{5^9}$	$\left[\left(-\frac{11}{9} \right)^3 \right]^4$	$\left(\frac{7}{5} \right)^4 \times \frac{7}{5} \times \left(\frac{7}{5} \right)^{-2}$	$\frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{3} \right)^5$
$25^{12} \times 27^8$	$\left(\frac{-1}{6} \right)^{-8} \times 6^{-15}$	$\left(\frac{a}{b} \right)^7 \times \left(\frac{b}{a} \right)^2 \times 32$	$\frac{[a \times (a^5)^{-3}]^{-5}}{a}$	$\frac{(a^6) \times a^{-7}}{a^{-2}}$	$a \times a^{-5}$	

4-4/ Exercice 4

Donner l'écriture scientifique des expressions suivantes :

-22500000000	$-12,547$	$0,000015$	244500000	$25 \times 10^{-2} + 58 \times 10^{-3}$	24000×10^{-6}
$\frac{-26,4 \times 0,00005}{200000}$	$\frac{1280000000}{0,000064}$	$4000000 \times 0,0000003$	-25000×2000000		

4-5/ Exercice 5

a et b deux nombres relatifs non nuls.

1. Simplifier A

$$A = \frac{ab^{-2}(a^2)^{-3}b \times [ab(a^{-4}b^3)^2]^{-1}}{a^{-2}b^2(a^{-4}b)^{-3} \times [(a^2b)^{-1}a]^{-2}}$$

2. Calculer A pour $a = 10^{-2}$ et $b = 10^3$

4-6/ Exercice 6

La distance moyenne de la terre au soleil est évaluée à 150 millions de Km, et celle de la terre à la lune à $3,8 \times 10^5 \text{ Km}$ (pour les calculs prendre l'ordre de grandeur de $4 \times 10^5 \text{ Km}$).

La longueur d'un pas de géant (de science-fiction) est celle de la distance terre-lune.

1. Combien de pas doit-il faire pour aller de la terre au soleil ?

4-7/ Exercice 7

Soit n un entier relatif.

1. Déterminer n dans les deux cas suivants :

$$\boxed{1} \left(-\frac{1}{3} \right)^n \times \left(-\frac{1}{3} \right)^3 = \left(-\frac{1}{3} \right)^{2n-1} \times \left(-\frac{3}{9} \right)^2$$

$$\boxed{2} \left(-\frac{4}{5} \right)^n \div \left(\left(-\frac{4}{5} \right)^2 \right)^3 = \left(-\frac{64}{125} \right)$$