

## Mathématiques : 2ème Année Collège

## Séance 8 (Les puissances)

**Professeur : Mr BENGHANI Youssef**Sommaire**I- La puissance d'un nombre rationnel**

1-1/ Définition

1-2/ Cas particuliers

1-3/ Puissance d'exposant négatif

1-4/ Signe d'une puissance de base négative

**II- Propriétés de calculs sur les puissances**

2-1/ Produit de deux puissances de même base

2-2/ Quotient de deux puissances de même base

2-3/ Produit de deux puissances de même exposant

2-4/ Quotient de deux puissances de même exposant

2-5/ Puissance d'une puissance

**III- L'écriture scientifique d'un nombre décimal relatif**

3-1/ Les puissances de 10

3-2/ L'écriture scientifique

**IV- Exercices**

4-1/ Exercice 1

4-2/ Exercice 2

4-3/ Exercice 3

4-4/ Exercice 4

4-5/ Exercice 5

4-6/ Exercice 6

4-7/ Exercice 7

---

**I- La puissance d'un nombre rationnel**

## 1-1/ Définition

a est un nombre rationnel et n un entier naturel non nul :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

### Exemple

## 1-2/ Cas particuliers

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^1 = a$$

$$0^n = 0 \quad (n \neq 0)$$

$0^0$  n'existe pas

## 1-3/ Puissance d'exposant négatif

a est un nombre rationnel non nul et n un entier naturel :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

### Résultat

$\frac{a}{b}$  est un nombre rationnel non nul et n un entier naturel :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

### Exemple

## 1-4/ Signe d'une puissance de base négative

Une puissance de base négative est de signe :

- Positif : si l'exposant est un nombre est un pair
- Négatif : si l'exposant est un nombre impair

### Remarque

$$(-5)^2 \neq -5^2 \text{ car } (-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25 \text{ et } -5^2 = -(5 \times 5) = -25$$

### Exemple

## II- Propriétés de calculs sur les puissances

### 2-1/ Produit de deux puissances de même base

#### Propriété 1

a est un nombre rationnel non nul. m et n deux entiers naturels :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

### Exemple

2-2/ Quotient de deux puissances de même base

#### Propriété 2

a est un nombre rationnel non nul. m et n deux entiers naturels :

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

### Exemple

2-3/ Produit de deux puissances de même exposant

#### Propriété 3

a et b deux nombres rationnels non nuls. m un entier naturel :

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

### Exemple

2-4/ Quotient de deux puissances de même exposant

#### Propriété 4

a et b deux nombres rationnels non nuls. m un entier naturel :

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

### Exemple

2-5/ Puissance d'une puissance

#### Propriété 5

a est un nombre rationnel non nul. m et n deux entiers naturels :

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

### Exemple

III- L'écriture scientifique d'un nombre décimal relatif

3-1/ Les puissances de 10

#### Définition

n est un entier naturel :

- $10^n = 1 \underbrace{00 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$
- $10^{-n} = \underbrace{0,00 \dots 0}_{n \text{ zéros}} 1$
- $10^0 = 1 ; 10^1 = 10 ; 10^{-n} = \frac{1}{10^n}$

### Exemple

## 3-2/ L'écriture scientifique

### Règle

x est un nombre décimal relatif et a un nombre décimal et n un entier naturel.

Toutes écritures sous forme  $x = a \times 10^n$  et  $x = -a \times 10^n$  est appelée écriture scientifique de nombre x tels que :  $1 \leq a < 10$

### Exemple

## IV- Exercices

### 4-1/ Exercice 1

calculer :

$$\frac{5^2}{15} ; \quad \frac{17^0}{9} ; \quad (-2)^5 ; \quad \left(-\frac{7}{9}\right)^2 ; \quad 1^{2009} ; \quad 0^{2008} ; \quad (-1)^{2008}$$

$$\left(\frac{-15}{33}\right)^0 ; \quad \left(\frac{14}{235}\right)^1 ; \quad 11^3 ; \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} ; \quad 10^{-7} ; \quad \left[\left(\frac{4}{3}\right)^{-3} \times \left(\frac{21}{91}\right)^8\right]^0$$

$$\left[\left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{6}{2}\right)^5\right]^2 ; \quad \left(\frac{6}{5}\right)^3 \times \frac{12}{10} \times \left(\frac{15}{18}\right)^4 ; \quad \left(\frac{1}{9}\right)^2 \times \left(\frac{27}{3}\right)^3 \times \frac{2}{9}$$

### 4-2/ Exercice 2

Déterminer le signe en justifiant votre réponse :

$$\frac{-5^2(-3)^3}{-(-7)^2} ; \quad -(-4)^3 \times (-7)^{11} ; \quad \left(\frac{77}{-5}\right)^{2008}$$

$$-33^8 ; \quad \left(-\frac{11}{27}\right)^{211} ; \quad \left(\frac{-11}{35}\right)^{11} ; \quad (-12)^3$$

### 4-3/ Exercice 3

Écrire sous forme de puissance d'un nombre rationnel :

$8^{11} \times 0,5^{11} \times (-0,2)^{11}$	$\frac{5^2 \times 5^7 \times 5}{(9^2)^4 \times 9^2}$	$\frac{7^{12} \times 7^{11}}{7^9 \times 7^5}$	$\frac{5^{14}}{5^9}$	$\left[ \left( -\frac{11}{9} \right)^3 \right]^4$	$\left( \frac{7}{5} \right)^4 \times \frac{7}{5} \times \left( \frac{7}{5} \right)^{-2}$	$\frac{2}{3} \times \left( \frac{2}{3} \right)^5$
$25^{12} \times 27^8$	$\left( \frac{-1}{6} \right)^{-8} \times 6^{-15}$	$\left( \frac{a}{b} \right)^7 \times \left( \frac{b}{a} \right)^2 \times 32$	$\frac{[a \times (a^5)^{-3}]^5}{a}$	$\frac{(a^6) \times a^{-7}}{a^{-2}}$	$a \times a^{-5}$	

## 4-4/ Exercice 4

Donner l'écriture scientifique des expressions suivantes :

$-22500000000$	$-12,547$	$0,000015$	$244500000$	$25 \times 10^{-2} + 58 \times 10^{-3}$	$24000 \times 10^{-6}$
$\frac{-26,4 \times 0,00005}{200000}$	$\frac{1280000000}{0,000064}$	$4000000 \times 0,0000003$	$-25000 \times 2000000$		

## 4-5/ Exercice 5

a et b deux nombres relatifs non nuls.

1. Simplifier A

$$A = \frac{ab^{-2}(a^2)^{-3}b \times [ab(a^{-4}b^3)^2]^{-1}}{a^{-2}b^2(a^{-4}b)^{-3} \times [(a^2b)^{-1}a]^{-2}}$$

2. Calculer A pour  $a = 10^{-2}$  et  $b = 10^3$

## 4-6/ Exercice 6

La distance moyenne de la terre au soleil est évaluée à 150 millions de Km, et celle de la terre à la lune à  $3,8 \times 10^5 \text{ Km}$  (pour les calculs prendre l'ordre de grandeur de  $4 \times 10^5 \text{ Km}$ ).

La longueur d'un pas de géant (de science-fiction) est celle de la distance terre-lune.

1. Combien de pas doit-il faire pour aller de la terre au soleil ?

## 4-7/ Exercice 7

Soit  $n$  un entier relatif.

1. Déterminer  $n$  dans les deux cas suivants :

$$\boxed{1} \left( -\frac{1}{3} \right)^n \times \left( -\frac{1}{3} \right)^3 = \left( -\frac{1}{3} \right)^{2n-1} \times \left( -\frac{3}{9} \right)^2$$

$$\boxed{2} \left( -\frac{4}{5} \right)^n \div \left( \left( -\frac{4}{5} \right)^2 \right)^3 = \left( -\frac{64}{125} \right)$$