AlloSchool

Mathématiques : 2ème Année Collège

Séance 8 (Les puissances)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- La puissance d'un nombre rationnel

1-1/ Définition

1-2/ Cas particuliers

1-3/ Puissance d'exposant négatif

1-4/ Signe d'une puissance de base négative

II- Propriétés de calculs sur les puissances

2-1/ Produit de deux puissances de même base

2-2/ Quotient de deux puissances de même base

2-3/ Produit de deux puissances de même exposant

2-4/ Quotient de deux puissances de même exposant

2-5/ Puissance d'une puissance

III- L'écriture scientifique d'un nombre décimal relatif

3-1/ Les puissances de 10

3-2/ L'écriture scientifique

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

4-2/ Exercice 2

4-3/ Exercice 3

4-4/ Exercice 4

4-5/ Exercice 5

4-6/ Exercice 6

4-7/ Exercice 7

I- La puissance d'un nombre rationnel

1-1/ Définition

a est un nombre rationnel et n un entier naturel non nul :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{\text{n facteurs}}$$

Exemple

1-2/ Cas particuliers

$$a^0 = 1 \ (a \neq 0)$$
$$a^1 = a$$
$$0^n = 0 \ (n \neq 0)$$
$$0^0 \ n'existe\ pas$$

1-3/ Puissance d'exposant négatif

a est un nombre rationnel non nul et n un entier naturel :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Résultat

$\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel non nul et n un entier naturel :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Exemple

1-4/ Signe d'une puissance de base négative

Une puissance de base négative est de signe :

- Positif : si l'exposant est un nombre est un pair
- Négatif : si l'exposant est un nombre impair

Remarque

$$(-5)^2 \neq -5^2 \ \text{ car } (-5)^2 = (-5)\times(-5) = 25 \ \text{ et } -5^2 = -(5\times 5) = -25$$

Exemple

II- Propriétés de calculs sur les puissances

2-1/ Produit de deux puissances de même base

Propriété 1

a est un nombre rationnel non nul. m et n deux entiers naturels :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Exemple

2-2/ Quotient de deux puissances de même base

Propriété 2

a est un nombre rationnel non nul. m et n deux entiers naturels :

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Exemple

2-3/ Produit de deux puissances de même exposant

Propriété 3

a et b deux nombres rationnels non nuls. m un entier naturel :

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

Exemple

2-4/ Quotient de deux puissances de même exposant

Propriété 4

a et b deux nombres rationnels non nuls. m un entier naturel :

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

Exemple

2-5/ Puissance d'une puissance

Propriété 5

a est un nombre rationnel non nul. m et n deux entiers naturels :

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

Exemple

III- L'écriture scientifique d'un nombre décimal relatif

3-1/ Les puissances de 10

Définition

n est un entier naturel :

- $10^n = 1\underbrace{00.....0}_{n \text{ zéros}}$
- $10^{-n} = \underbrace{0,00.....0}_{n \text{ zéros}}1$
- $10^0 = 1 \; ; \; 10^1 = 10 \; ; \; 10^{-n} = \dfrac{1}{10^n}$

Exemple

3-2/ L'écriture scientifique

Règle

x est un nombre décimal relatif et a un nombre décimal et n un entier naturel.
Toutes écritures sous forme $x = a \times 10^n$ et $x = -a \times 10^n$ est appelée écriture scientifique de nombre x tels que : $1 \leq a < 10$

Exemple

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

calculer :

$\frac{5^2}{15}$; $\frac{17^0}{9}$; $(-2)^5$; $\left(-\frac{7}{9}\right)^2$; 1^{2009} ; 0^{2008} ; $(-1)^{2008}$

$\left(\frac{-15}{33}\right)^0$; $\left(\frac{14}{235}\right)^1$; 11^3 ; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$; 10^{-7} ; $\left[\left(\frac{4}{3}\right)^{-3} \times \left(\frac{21}{91}\right)^8\right]^0$

$\left[\left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{6}{2}\right)^5\right]^2$; $\left(\frac{6}{5}\right)^3 \times \frac{12}{10} \times \left(\frac{15}{18}\right)^4$; $\left(\frac{1}{9}\right)^2 \times \left(\frac{27}{3}\right)^3 \times \frac{2}{9}$

4-2/ Exercice 2

Déterminer le signe en justifiant votre réponse :

$\frac{-5^2(-3)^3}{-(-7)^2}$; $-(-4)^3 \times (-7)^{11}$; $\left(\frac{77}{-5}\right)^{2008}$

-33^8 ; $\left(-\frac{11}{27}\right)^{211}$; $\left(\frac{-11}{35}\right)^{11}$; $(-12)^3$

4-3/ Exercice 3

Écrire sous forme de puissance d'un nombre rationnel :

$8^{11}\times 0{,}5^{11}\times(-0{,}2)^{11}$	$\dfrac{5^2\times 5^7\times 5}{(9^2)^4\times 9^2}$	$\dfrac{7^{12}\times 7^{11}}{7^9\times 7^5}$	$\dfrac{5^{14}}{5^9}$	$\left[\left(-\dfrac{11}{9}\right)^3\right]^{-4}$	$\left(\dfrac{7}{5}\right)^4\times\dfrac{7}{5}\times\left(\dfrac{7}{5}\right)^{-2}$	$\dfrac{2}{3}\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^5$
$25^{12}\times 27^8$	$\left(\dfrac{-1}{6}\right)^{-8}\times 6^{-15}$	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^7\times\left(\dfrac{b}{a}\right)^2\times 32$	$\dfrac{\left[a\times(a^5)^{-3}\right]^{-5}}{a}$	$\dfrac{(a^6)\times a^{-7}}{a^{-2}}$	$a\times a^{-5}$	

4-4/ Exercice 4

Donner l'écriture scientifique des expressions suivantes :

-22500000000	$-12{,}547$	$0{,}000015$	244500000	$25\times 10^{-2}+58\times 10^{-3}$	24000×10^{-6}
$\dfrac{-26{,}4\times 0{,}00005}{200000}$	$\dfrac{1280000000}{0{,}000064}$	$4000000\times 0{,}0000003$	-25000×2000000		

4-5/ Exercice 5

a et b deux nombres relatifs non nuls.

1. Simplifier A

$$A=\frac{ab^{-2}(a^2)^{-3}b\times\left[ab(a^{-4}b^3)^2\right]^{-1}}{a^{-2}b^2(a^{-4}b)^{-3}\times\left[(a^2b)^{-1}a\right]^{-2}}$$

2. Calculer A pour $a=10^{-2}$ et $b=10^3$

4-6/ Exercice 6

La distance moyenne de la terre au soleil est évaluée à 150 millions de Km, et celle de la terre à la lune à $3,8\times 10^5 Km$ (pour les calculs prendre l'ordre de grandeur de $4\times 10^5 Km$).

La longueur d'un pas de géant (de science-fiction) est celle de la distance terre-lune.

1. Combien de pas doit-il faire pour aller de la terre au soleil ?

4-7/ Exercice 7

Soit n un entier relatif.

1. Déterminer n dans les deux cas suivants :

$$\boxed{1}\ \left(-\frac{1}{3}\right)^n\times\left(-\frac{1}{3}\right)^3=\left(-\frac{1}{3}\right)^{2n-1}\times\left(-\frac{3}{9}\right)^2$$

$$\boxed{2}\ \left(-\frac{4}{5}\right)^n\div\left(\left(-\frac{4}{5}\right)^2\right)^3=\left(-\frac{64}{125}\right)$$