AlloSchool

Mathématiques : 3ème Année Collège

Séance 6 (Ordre et opérations)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Comparaison de deux nombres réels

1-1/ Propriété

1-2/ Exemple

II- Ordre et opérations

2-1/ Ordre et addition – Ordre et soustraction

2-2/ Ordre et multiplication

2-3/ Ordre et inverse

2-4/ Ordre et carré

2-5/ Ordre et racine carré

III- Encadrement

3-1/ Encadrement et addition

3-2/ Encadrement et opposé

3-3/ Encadrement et addition

3-4/ Encadrement et multiplication

3-5/ Encadrement et inverse

3-6/ Encadrement et carré, encadrement et racine carrée

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

4-2/ Exercice 2

4-3/ Exercice 3

4-4/ Exercice 4

4-5/ Exercice 5

4-6/ Exercice 6

I- Comparaison de deux nombres réels

1-1/ Propriété

Soient a et b deux nombres réels :

- Si $a - b < 0$ alors $a < b$
- Si $a - b > 0$ alors $a > b$
- Si $a - b = 0$ alors $a = b$

1-2/ Exemple

On compare $\frac{2}{5}$ et $\frac{5}{7}$

II- Ordre et opérations

2-1/ Ordre et addition – Ordre et soustraction

Propriété 1

Soient a, b et c trois nombres réels :

Si $a < b$ alors $a + c < b + c$
Si $a < b$ alors $a - c < b - c$

Exemples 1

- Comparer : $3 + \sqrt{7}$ et $8 + \sqrt{7}$
- Si $x > 3$, comparer : $x - 5$ et -2

Propriété 2

Soient a, b et c trois nombres réels :

Si $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases}$ alors $a + c < b + d$

Exemples 2

a et b deux nombres réels tel que $a < 4$ et $3 > b$

- Montrer que : $a + b < 7$

2-2/ Ordre et multiplication

Propriété 1

Soient a, b et c trois nombres réels :

Si $\begin{cases} a < b \\ c > 0 \end{cases}$ alors $a \times c < b \times c$

Si $\begin{cases} a < b \\ c < 0 \end{cases}$ alors $a \times c > b \times c$

Exemples 1

Soit x un nombre réel tel que $x < 3$

- Comparons $-4x$ et -12

On a : $\begin{cases} x < 3 \\ -4 < 0 \end{cases}$ alors $-4 \times x > -4 \times 3$ donc $-4x > -12$

Remarque

Soient a et b deux nombres réels :

Si $a < b$ alors $-a > -b$

Propriété 2

Soient a, b et c trois nombres réels positifs:

Si $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases}$ alors $a \times c < b \times d$

Exemples 2

Soit x et y deux nombres réels positifs tel que $x < 3$ et $y < 2\sqrt{3}$

- Montrer que $xy < 6\sqrt{3}$

2-3/ Ordre et inverse

Propriété

Soient a et b deux nombres réels :

Si $a < b$ alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

Exemples

On a : $3 < 8$ alors $\frac{1}{3} > \frac{1}{8}$

On a $-8 < -3$ alors $\frac{1}{-8} < \frac{1}{-3}$

2-4/ Ordre et carré

Propriété 1

Soient a et b deux nombres réels positifs :

Si $a < b$ alors $a^2 < b^2$

Si $a^2 < b^2$ alors $a < b$

Soient a et b deux nombres réels négatifs :

Si $a < b$ alors $a^2 > b^2$

Si $a^2 > b^2$ alors $a < b$

Exemples

- Comparer $3\sqrt{5}$ et $\sqrt{41}$

2-5/ Ordre et racine carré

Propriété 1

Soient a et b deux nombres réels positifs :

Si $a < b$ alors $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

Si $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ alors $a < b$

Exemples

- Comparer $\sqrt{15}$ et $\sqrt{23}$

III- Encadrement

3-1/ Encadrement et addition

Propriété

Soient a, b, c, d, x et y des nombres réels

Si $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ c \leq y \leq d \end{cases}$ alors $a + c \leq x + y \leq b + d$

Exemple

x et y deux nombres réels tels que $3 \leq x \leq 8$ et $-4 \leq y \leq 2$

- Encadrer $x + y$

3-2/ Encadrement et opposé

Propriété

Soient a, b et x des nombres réels

Si $a \leq x \leq b$ alors $-b \leq -x \leq -a$

Exemple

x et y deux nombres réels tels que $3 \leq x \leq 8$ et $-4 \leq y \leq 2$

- Encadrer $-x$ et $-y$

3-3/ Encadrement et addition

Propriété

Soient a, b, c, d, x et y des nombres réels

Si $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ c \leq y \leq d \end{cases}$ alors $a - d \leq x - y \leq b - c$

Exemple

x et y deux nombres réels tels que $3 \leq x \leq 8$ et $-4 \leq y \leq 2$

- Encadrer $x - y$

3-4/ Encadrement et multiplication

Propriété

Soient a, b, c, d, x et y des nombres réels

Si $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ c \leq y \leq d \end{cases}$ alors $ac \leq xy \leq bd$

Exemple

x et y deux nombres réels tels que $3 \leq x \leq 8$ et $-4 \leq y \leq 2$

- Encadrer xy

3-5/ Encadrement et inverse

Propriété

Soient a, b et x des nombres réels

Si $a \leq x \leq b$ alors $\frac{1}{b} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{a}$

Exemple

x et y deux nombres réels tels que $3 \leq x \leq 8$ et $-4 \leq y \leq 2$

- Encadrer $\frac{1}{x}$ et $\frac{1}{y}$

3-6/ Encadrement et carré, encadrement et racine carrée

Propriété

Soient a, b et x des nombres réels

Si $a \leq x \leq b$ alors $a^2 \leq x^2 \leq b^2$ et $\sqrt{a} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{b}$

Exemple

x et y deux nombres réels tels que $3 \leq x \leq 8$ et $-4 \leq y \leq 2$

- Encadrer $\sqrt{x}$ et y^2

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

Comparer les nombres suivants :

$\frac{3}{7}$ *et* $\frac{7}{5}$ $\sqrt{8}$ *et* 3 $-\sqrt{3}$ *et* $-\sqrt{5}$ $2\sqrt{5}$ *et* 5	$2\sqrt{3}$ *et* $\sqrt{11}$ $3\sqrt{13}$ *et* $8\sqrt{2}$ $3\sqrt{2}+\sqrt{10}$ *et* $\sqrt{17}+\sqrt{10}$ $1+\sqrt{6}$ *et* $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

4-2/ Exercice 2

1. Recopier et compléter :

$x > 6$ $x+1 > \ldots\ldots$	$x > 6$ $x+7 > \ldots\ldots$	$x > 6$ $x-4 > \ldots\ldots$	$x < 12$ $x+4 < \ldots\ldots$	$x < 5$ $x-1 < \ldots\ldots$	$x < 13$ $x-14 < \ldots\ldots$
$x \geq -4$ $x+1 \ldots\ldots$	$x \geq -4$ $x+7 \ldots\ldots$	$x \geq -4$ $x-4 \ldots\ldots$	$x \geq 2$ $3x \ldots\ldots$	$x \geq 5$ $2x \ldots\ldots$	$x \geq -4$ $5x \ldots\ldots$
$x > 5$ $2x > \ldots\ldots$	$x > 8$ $\frac{1}{2}x > \ldots\ldots$	$x > -12$ $\frac{3}{4}x > \ldots\ldots$	$x > 3$ $10x \ldots\ldots$	$x > -4$ $7x \ldots\ldots$	$x > 18$ $0{,}5x \ldots\ldots$

2. Trouver l'inégalité que vérifie x dans chaque cas :

$$x+3 > 5 \ ; \ x-2 > 6 \ ; \ 3x > 12 \ ; \ 8x+3 \leq 5$$

4-3/ Exercice 3

Comparer les nombres $7\sqrt{2}$ et $5\sqrt{3}$ puis déduire la comparaison des nombres $\frac{1}{7\sqrt{2}+9}$ et $\frac{1}{5\sqrt{3}+9}$

Comparer les nombres $5\sqrt{2}$ et $4\sqrt{3}$ puis déduire la comparaison des nombres $\sqrt{4\sqrt{3}+7}$ et $\sqrt{5\sqrt{2}+7}$

4-4/ Exercice 4

x désigne un nombre réel tel que $x \geq 2$

On a $A = (x-1)^2$ et $B = (x-2)^2$

1. Factoriser la différence $A - B$.
2. En déduire le signe de $A - B$ et comparer alors A et B.

Soient a et b deux réels strictement positifs.

3. Démontrer que $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

4-5/ Exercice 5

x et y deux nombres réels tel que $2 \leq x \leq 5$ et $1 \leq y \leq 4$

1. Encadrer $x + 5$; $x + y$; $3x$; $-5y$; $3x - 5y$; xy ; $\frac{1}{xy}$; $x^2 - y$

m et n deux nombres réels tel que $\frac{1}{3} \leq \frac{m+5}{3} \leq 1$ et $5 \leq n \leq 7$

2. Démontrer que $-4 \leq m \leq -2$
3. Encadrer $\frac{m+n}{n-m}$ et $m \times n$

4-6/ Exercice 6

a et b deux nombres réels tel que $a > 2$ et $b > 2$

1. Démontrer que $ab > a + b$