

Mathématiques : 3ème Année Collège

Séance 1 (Développement et factorisation)

Professeur: Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Développement

- 1-1/ Définition
- 1-2/ Propriétés

II- Développer avec les identités remarquables

- 2-1/ Propriété 1 : Développer le carré d'une somme
- 2-2/ Propriété 2 : Développer le carré d'une différence
- 2-3/ Propriété 3 : Développer le produit d'une somme par une

différence

III- Factorisation

- 3-1/ Définition
- 3-2/ Propriétés

IV- Factoriser avec les identités remarquables

- 4-1/ Propriété 1 : Factoriser pour obtenir le carré d'une somme
- 4-2/ Propriété 2 : Factoriser pour obtenir le carré d'une différence
- 4-3/ Propriété 3 : Factoriser pour obtenir le produit d'une somme par une différence

V- Exercices

- 5-1/ Exercice 1
- 5-2/ Exercice 2
- 5-3/ Exercice 3
- 5-4/ Exercice 4
- 5-5/ Exercice 5
- 5-6/ Exercice 6
- 5-7/ Exercice 7

I- Développement

1-1/ Définition

Développer : c'est transformer un produit en une somme ou en une différence.

1-2/ Propriétés

Soient a ,b ,c ,d et k des nombres réels.

$$k(a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k(a - b) = k \times a - k \times b$$

$$(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Exemples

II- Développer avec les identités remarquables

2-1/ Propriété 1 : Développer le carré d'une somme Soient a et b deux nombres, on a alors:

$$(a + b)^2 = (a)^2 + 2 \times a \times b + (b)^2$$

2-2/ Propriété 2 : Développer le carré d'une différence Soient a et b deux nombres, on a alors:

$$(a - b)^2 = (a)^2 - 2 \times a \times b + (b)^2$$

2-3/ Propriété 3 : Développer le produit d'une somme par une différence

Soient a et b deux nombres, on a alors:

$$(a+b)(a-b) = (a)^{2} - (b)^{2}$$
$$(a+b)^{2} = a^{2} + 2ab + b^{2}$$
$$(a-b)^{2} = a^{2} - 2ab + b^{2}$$
$$(a+b)(a-b) = a^{2} - b^{2}$$

III- Factorisation

3-1/ Définition

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en un produit.

3-2/ Propriétés

a, b et k désignent des nombres réels :

$$\mathbf{k} \times \mathbf{a} + \mathbf{k} \times \mathbf{b} = \mathbf{k}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{a} - \mathbf{k} \times \mathbf{b} = \mathbf{k}(\mathbf{a} - \mathbf{b})$$

Remarque importante

Pour factoriser une expression algébrique on cherche le facteur commun.

Exemples

IV- Factoriser avec les identités remarquables

4-1/ Propriété 1 : Factoriser pour obtenir le carré d'une somme Soient A et B deux expressions (littérales ou non), on a alors :

$$(A)^{2} + 2 \times A \times B + (B)^{2} = (A + B)^{2}$$

4-2/ Propriété 2 : Factoriser pour obtenir le carré d'une différence

Soient A et B deux expressions (littérales ou non), on a alors :

$$(A)^{2} - 2 \times A \times B + (B)^{2} = (A - B)^{2}$$

4-3/ Propriété 3 : Factoriser pour obtenir le produit d'une somme par une différence

Soient A et B deux expressions (littérales ou non), on a alors :

$$\left(\mathrm{A}\right)^2-\left(\mathrm{B}\right)^2=\left(\mathrm{A}+\mathrm{B}\right) imes\left(\mathrm{A}-\mathrm{B}\right)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

V- Exercices

5-1/ Exercice 1

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$\begin{array}{c} A = 3 \left(2 x - 1\right) - 4 \left(2 - 3 x\right) + 2 \left(x + 1\right) = \underline{\hspace{2cm}} \\ B = -\frac{1}{3} (3 x + 6) + \frac{1}{5} (25 x - 5) - x = \underline{\hspace{2cm}} \\ C = x^2 \left(x^3 - x^2\right) - 3 \left(x^5 + x^4\right) = \underline{\hspace{2cm}} \\ D = \left(x - 1\right) \left(x^2 + x - 2\right) = \underline{\hspace{2cm}} \\ E = \left(x + 2\right)^2 - \left(x - 3\right)^2 + \left(x - 1\right) \left(x + 1\right) = \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

5-2/ Exercice 2

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 4x^{2} + 8x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$B = 21x^{5} + 14x^{4} - 21x^{3} - 35x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$C = \frac{1}{a} - \frac{2}{a^{2}} + \frac{1}{a^{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$D = (x+1)(x-3) - (x+1)(2x-1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$E = 25 + 10x + x^{2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$F = x^{4} + x^{2} + \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$G = 7x^{2} - 7 + x^{2} - 2x + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$H = x^{2} - 8x + 7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

5-3/ Exercice 3

On considère : $E=\left(2x+3
ight)^2-\left(5-x
ight)^2$

- 1. Développer et réduire E
- 2. Factoriser E
- 3. Calculer E pour x=2
- 4. Résoudre l'équation $3x^2 + 22x 16 = 0$

5-4/ Exercice 4

x est un nombre réel.

a, b et c sont des expressions algébrique tel que :

$$a = 25x^{2} - 49 + (5x + 7)(-2x + 1)$$

 $b = x^{2} - 4x + 4 - (x - 2)(7x + 3)$

- 1. Développer et réduire les expressions a et b
- 2. Factoriser a et b

On pose c = b - a

- 3. Factoriser c
- 4. Résoudre l'équation c=0

5-5/ Exercice 5

Soit a un nombre entier naturel non nul.

Écris l'expression $2a^2+2$ sous la forme d'une somme des carrés de deux nombres entiers naturels.

5-6/ Exercice 6

a et b sont deux nombres réels tel que :

$$a+b=1$$
$$a^2+b^2=2$$

1. Calculer : $a^4 + b^4$

5-7/ Exercice 7

On considère l'expression : $F=4x^2-9-(2x-3)\,(5x+2)$

1. Montrer que : $(2x-3)(5x+2)=10x^2-11x-6$

2. En déduire que : $F=-6x^2+11x-3$

3. Calculer F pour x=-2 et pour $x=rac{3}{2}$.

4. Montrer que : $4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$

5. En déduire que : F = (2x - 3)(-3x + 1)

5-8/ Exercice 8

Soit l'expression $S=1+x+x^2+x^3+x^4$ avec x
eq 1.

1. Montrer que : $(1-x)(1+x+x^2+x^3+x^4)=1-x^5$

2. En déduire que : $S=rac{x^5-1}{x-1}$

3. Déterminer la valeur de $E=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}.$