



Mathématiques : 2ème Année Collège

Séance 4 (Symétrie axiale)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

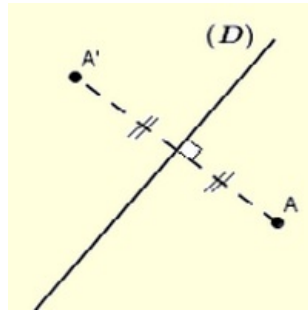
- I- Symétrique d'un point
- II- Symétrique d'un segment
- III- Conservation de l'alignement des points
- IV- Symétrique d'une demi-droite
- V- Symétrique d'une droite
- VI- Symétrique d'un angle
- VII- Symétrique d'un cercle
- IIIX- Exercices
- 8-1/ Exercice 1
- 8-2/ Exercice 2
- 8-3/ Exercice 3
- 8-4/ Exercice 4
- 8-5/ Exercice 5
- 8-6/ Exercice 6
- 8-7/ Exercice 7

I- Symétrique d'un point

1-1/ Définition

Le symétrique d'un point A par une symétrie axiale d'axe (D) est le point A' tel que (D) soit la médiatrice du segment $[A A']$.

1-2/ Exemple



- Le point A' est appelé : Le symétrique du point A par rapport à la droite (D) .
- La droite (D) est appelée : Axe de symétrie.

Si le point M' est le symétrique d'un point M par rapport à une droite (D) , alors M est aussi le symétrique de M' par rapport à (D) .

On dit que les points M et M' sont deux points symétriques par rapport à (D) .

1-3/ Remarque

Si un point A appartient à (D) , alors ce point est le symétrique de lui-même par rapport à (D) .

II- Symétrique d'un segment

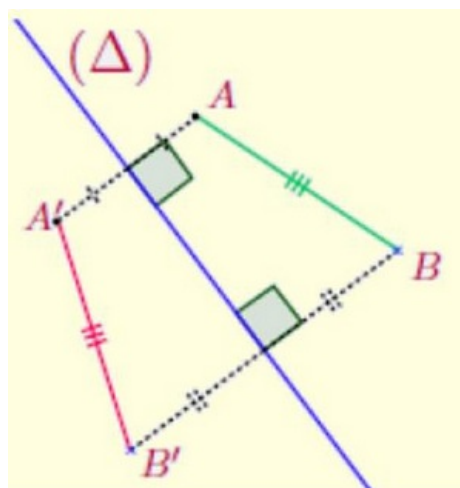
2-1/ Propriété

Soit (Δ) une droite et $[AB]$ un segment.

Si A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ) , alors le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à la droite (Δ) est le segment $[A'B']$.

On a : $A'B' = AB$, on dit que la symétrie axiale conserve les longueurs.

2-2/ Exemple



Par rapport à la droite (Δ) on a :

- A' est le symétrique de A
- B' est le symétrique de B

Donc le segment $[A'B']$ est le symétrique du segment $[AB]$.

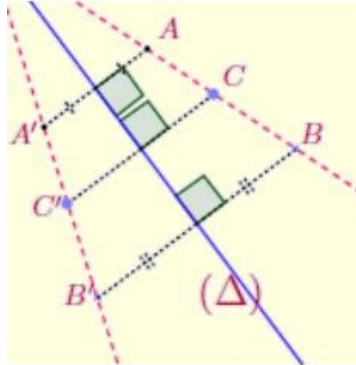
III- Conservation de l'alignement des points

3-1/ Propriété

Les symétriques des points alignés par rapport à une droite sont aussi des points alignés.

On dit que la symétrie axiale conserve l'alignement des points.

3-2/ Exemple



Par rapport à la droite (Δ) on a :

- A' est le symétrique de A
- B' est le symétrique de B
- C' est le symétrique de C

Puisque les points A, B, C sont alignés, alors les points A', B', C' sont alignés.

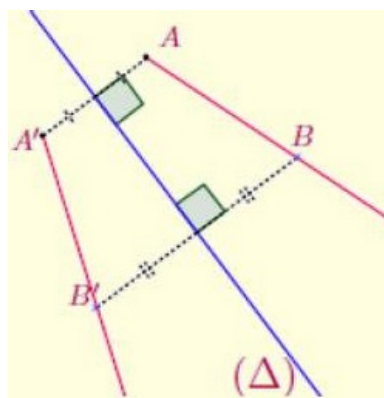
IV- Symétrique d'une demi-droite

4-1/ Propriété

Soit (Δ) une droite et $[AB)$ une demi-droite.

Si A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ) , alors le symétrique de la demi-droite $[AB)$ par rapport à la droite (Δ) est la demi-droite $[A'B')$.

4-2/ Exemple



Par rapport à la droite (Δ) on a :

- A' est le symétrique de A
- B' est le symétrique de B

Donc la demi-droite $[A'B')$ est le symétrique de la demi-droite $[AB)$.

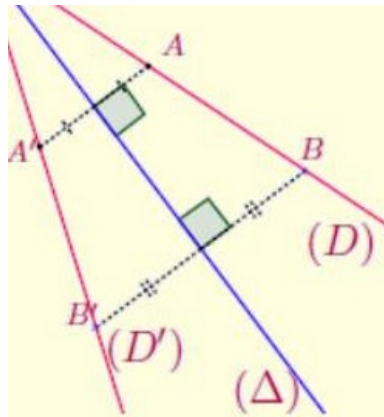
V- Symétrie d'une droite

5-1/ Propriété

Soient (Δ) et (AB) deux droites.

Si A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ) , alors le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (Δ) est la droite $(A'B')$.

5-2/ Exemple



Par rapport à la droite (Δ) on a :

- A' est le symétrique de A
- B' est le symétrique de B

Donc la droite $(A'B')$ est le symétrique de la droite (AB) .

Donc la droite (D') est le symétrique de la droite (D) .

VI- Symétrie d'un angle

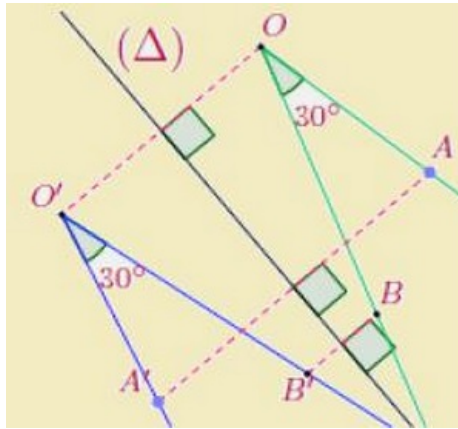
6-1/ Propriété

Soit (Δ) une droite et \widehat{AOB} un angle.

Si A' , O' et B' sont les symétriques respectifs des points A , O et B par rapport à la droite (Δ) , alors le symétrique de l'angle \widehat{AOB} par rapport à la droite (Δ) est l'angle $\widehat{A'O'B'}$.

On a : $\widehat{AOB} = \widehat{A'O'B'}$, on dit que la symétrie axiale conserve la mesure d'angles.

6-2/ Exemple



Par rapport à la droite (Δ) on a :

- A' est le symétrique de A
- O' est le symétrique de O
- B' est le symétrique de B

Donc l'angle $\widehat{A'O'B'}$ est le symétrique de l'angle \widehat{AOB} .

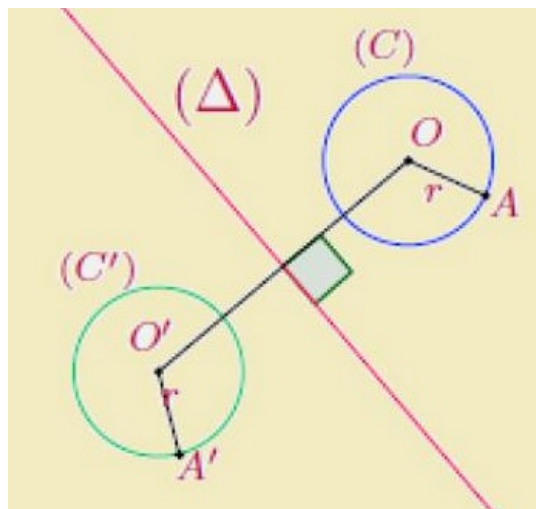
VII- Symétrique d'un cercle

7-1/ Propriété

Soit (Δ) une droite et (C) un cercle de centre O et de rayon r.

Si O' est le symétrique de O par rapport à la droite (Δ) , alors le symétrique du cercle (C) par rapport à la droite (Δ) est le cercle (C') de centre O' et de même rayon r.

7-2/ Exemple



Par rapport à la droite (Δ) on a :

- O' est le symétrique de O

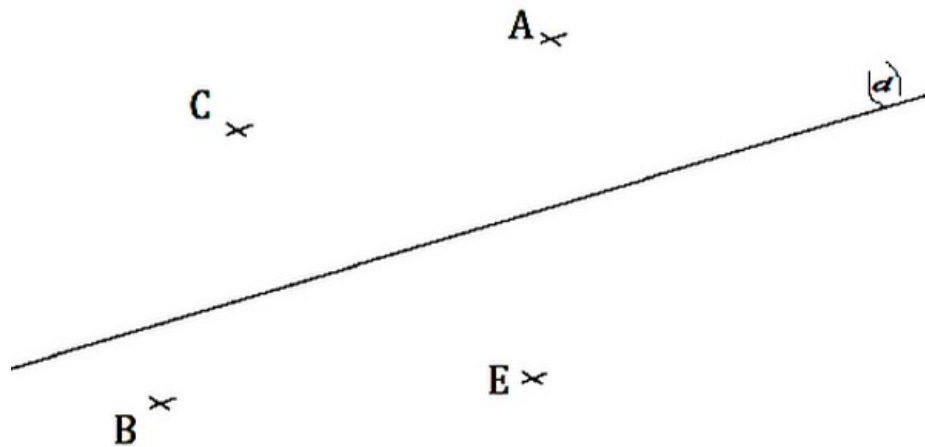
Donc le cercle (O;r) est le symétrique du cercle C'(O';r).

IIIX- Exercices

8-1/ Exercice 1

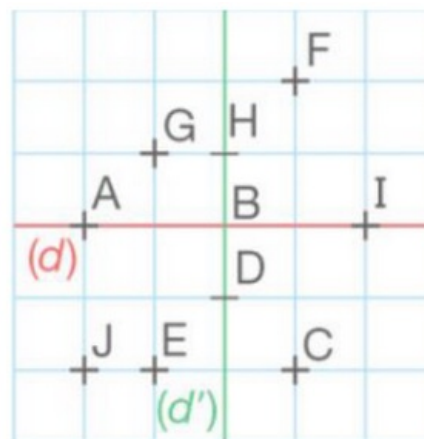
1) Construire avec l'équerre graduée les symétriques des points A et B par rapport à la droite (d).

2) Construire avec le compas les symétriques des points C et E par rapport à la droite (d).



8-2/ Exercice 2

Soit la figure suivante :



1) Quel est le symétrique par rapport à la droite (d) de :

- A ? ____
- B ? ____
- C ? ____
- D ? ____

2) Quel est le symétrique par rapport à la droite (d') de :

- A ? ____
- B ? ____
- C ? ____
- D ? ____

3) Indiquer une droite non tracée sur la figure, par rapport à laquelle les points A et B sont symétriques.

8-3/ Exercice 3

ABC est un triangle isocèle en A tel que : $AC = 3$ cm.

1. Construire B' le symétrique de B par rapport à la droite (AC) .
2. Construire C' le symétrique de C par rapport à la droite (AB) .
3. Montrer que : $AB' = AC'$.
4. Conclure que les points B , C , B' et C' appartiennent au même cercle.
Déterminer son centre.

8-4/ Exercice 4

ABC est un triangle tel que : $AB = 3\text{cm}$, $\widehat{BAC} = 100^\circ$ et $\widehat{ABC} = 30^\circ$.

Soit M le milieu du segment $[BC]$.

E est le symétrique de B par rapport à la droite (AM) .

F est le symétrique de C par rapport à la droite (AM) .

1. Construire la figure convenable.
2. Calculer AE .
3. Déterminer le symétrique de l'angle \widehat{BAC} par rapport à la droite (AM) .
Justifier votre réponse.
4. Calculer les mesures des angles du triangle AEF .

8-5/ Exercice 5

$ABCD$ est un quadrilatère convexe (non croisé) tel que $\widehat{DAB} = 40^\circ$, et I est le milieu du segment $[AB]$.

1. Construire la figure convenable.
2. Construire les points A' , B' et I' les symétriques respectifs des points A , B et I par rapport à la droite (CD) .
3. Montrer que les points A' , B' et I' sont alignés.
4. Comparer AI et $A'I'$; puis BI et $B'I'$.
5. Montrer que I' est le milieu du segment $[A'B']$.
6. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{D'A'B'}$.

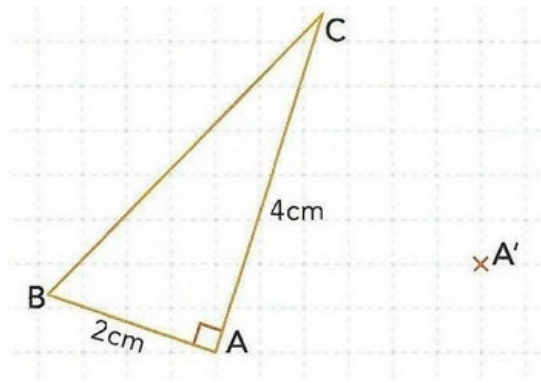
8-6/ Exercice 6

A et B sont les points d'intersection des cercles $C(O; 2\text{cm})$ et $C'(I; 4\text{cm})$ tel que $OI = 3\text{cm}$.

1. Faire une figure.
2. La droite (AB) est-elle un axe de symétrie de la figure ? justifier.
3. Montrer que B est le symétrique de A par rapport à la droite (OI) .
4. En déduire l'axe de symétrie de la figure.
5. Quelle est la symétrique de la demi-droite $[OA)$ par rapport à la droite (OI) ?

8-7/ Exercice 7

L'axe de symétrie de la figure suivante a été effacé :



1. Retrouver l'axe de symétrie (L) sachant que A' est le symétrique de A par rapport à (L).

Soient B' et C' les symétriques respectifs de B et C par rapport à (L).

2. Quelle est la nature du triangle $A'B'C'$? Justifier.
3. Déterminer, en justifiant la réponse, l'aire du triangle $A'B'C'$.