AlloSchool

Mathématiques : 2ème Année Collège

Séance 4 (Symétrie axiale)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

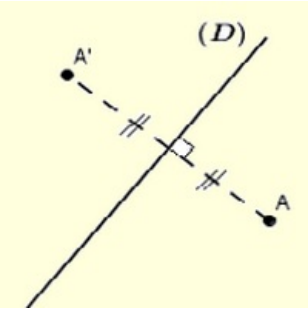
I- Symétrique d’un point
II- Symétrique d’un segment
III- Conservation de l’alignement des points
IV- Symétrique d’une demi-droite
V- Symétrique d’une droite
VI- Symétrique d’un angle
VII- Symétrique d’un cercle
IIX- Exercices
8-1/ Exercice 1
8-2/ Exercice 2
8-3/ Exercice 3
8-4/ Exercice 4
8-5/ Exercice 5
8-6/ Exercice 6
8-7/ Exercice 7

I- Symétrique d’un point

1-1/ Définition

Le symétrique d’un point A par une symétrie axiale d’axe (D) est le point A’ tel que (D) soit la médiatrice du segment [A A’].

1-2/ Exemple



- Le point A' est appelé : Le symétrique du point A par rapport à la droite (D).
- La droite (D) est appelée : Axe de symétrie.

Si le point M' est le symétrique d'un point M par rapport à une droite (D), alors M est aussi le symétrique de M' par rapport à (D).

On dit que les points M et M' sont deux points symétriques par rapport à (D).

1-3/ Remarque

Si un point A appartient à (D), alors ce point est le symétrique de lui-même par rapport à (D).

II- Symétrique d'un segment

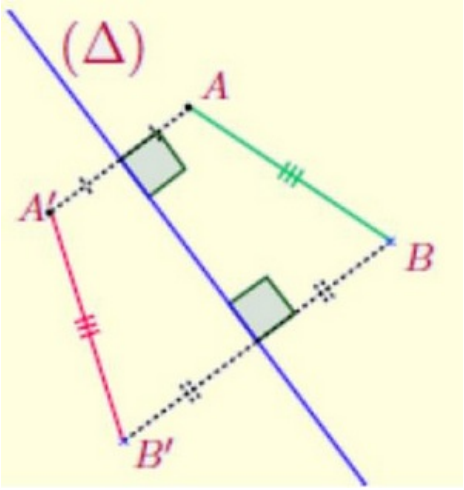
2-1/ Propriété

Soit (Δ) une droite et [AB] un segment.

Si A′ et B′ sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ), alors le symétrique du segment [AB] par rapport à la droite (Δ) est le segment [A′B′].

On a : A′B′ = AB, on dit que la symétrie axiale conserve les longueurs.

2-2/ Exemple



Par rapport à la droite (Δ) on a :

- A' est le symétrique de A
- B' est le symétrique de B

Donc le segment [A'B'] est le symétrique du segment [AB].

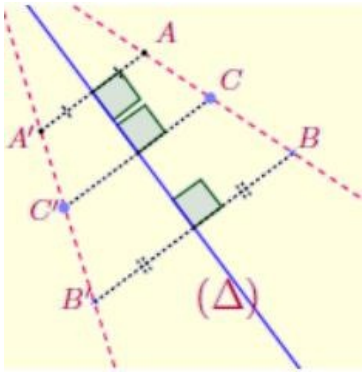
III- Conservation de l'alignement des points

3-1/ Propriété

Les symétriques des points alignés par rapport à une droite sont aussi des points alignés.

On dit que la symétrie axiale conserve l'alignement des points.

3-2/ Exemple



Par rapport à la droite (Δ) on a :

- A′ est le symétrique de A
- B′ est le symétrique de B
- C′ est le symétrique de C

Puisque les points A, B, C sont alignés, alors les points A′, B′, C′ sont alignés.

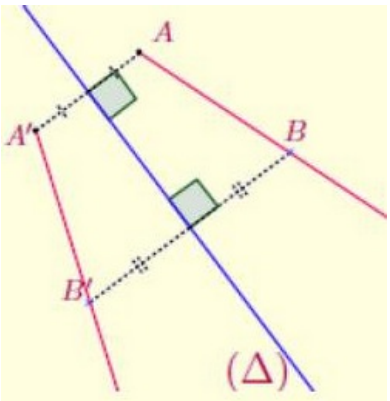
IV- Symétrique d'une demi-droite

4-1/ Propriété

Soit (Δ) une droite et [AB) une demi-droite.

Si A′ et B′ sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ), alors le symétrique de la demi-droite [AB) par rapport à la droite (Δ) est la demi-droite [A′B′).

4-2/ Exemple



Par rapport à la droite (Δ) on a :

- A′ est le symétrique de A
- B′ est le symétrique de B

Donc la demi-droite [A′B′) est le symétrique de la demi-droite [AB).

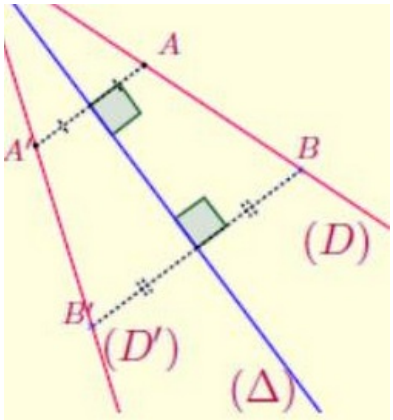
V- Symétrique d’une droite

5-1/ Propriété

Soient (Δ) et (AB) deux droites.

Si A′ et B′ sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ), alors le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (Δ) est la droite (A′B′).

5-2/ Exemple



Par rapport à la droite (Δ) on a :

- A′ est le symétrique de A
- B′ est le symétrique de B

Donc la droite (A′B′) est le symétrique de la droite (AB).

Donc la droite (D′) est le symétrique de la droite (D).

VI- Symétrique d’un angle

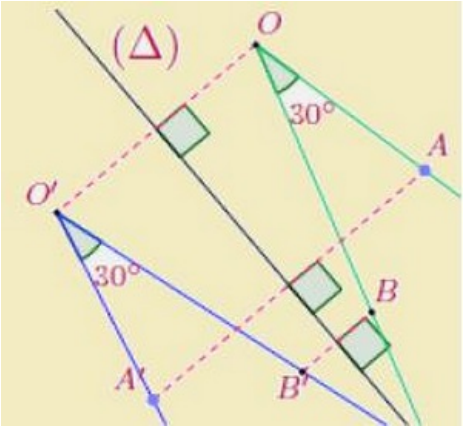
6-1/ Propriété

Soit (Δ) une droite et $\widehat{\mathrm{AOB}}$ un angle.

Si A′, O’et B′ sont les symétriques respectifs des points A, O et B par rapport à la droite (Δ), alors le symétrique de l’angle $\widehat{\mathrm{AOB}}$ par rapport à la droite (Δ) est l’angle $\widehat{\mathrm{A'O'B'}}$.

On a : $\widehat{\mathrm{AOB}} = \widehat{\mathrm{A'O'B'}}$, on dit que la symétrie axiale conserve la mesure d’angles.

6-2/ Exemple



Par rapport à la droite (Δ) on a :

- A' est le symétrique de A
- O' est le symétrique de O
- B' est le symétrique de B

Donc l'angle $\widehat{A'O'B'}$ est le symétrique de l'angle $\widehat{AOB}$.

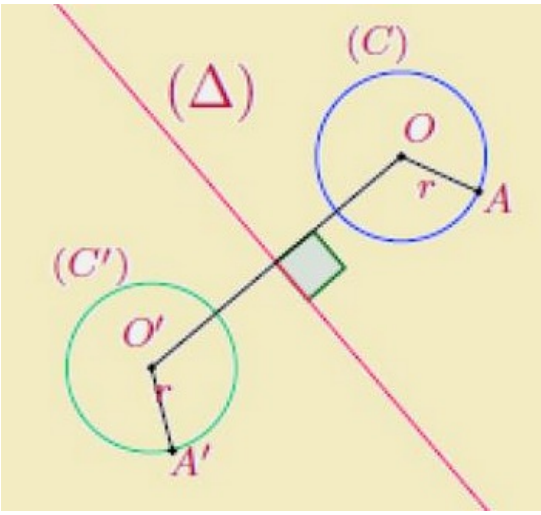
VII- Symétrique d'un cercle

7-1/ Propriété

Soit (Δ) une droite et (C) un cercle de centre O et de rayon r.

Si O′ est le symétrique de O par rapport à la droite (Δ), alors le symétrique du cercle (C) par rapport à la droite (Δ) est le cercle (C′) de centre O′ et de même rayon r.

7-2/ Exemple



Par rapport à la droite (Δ) on a :

- O′ est le symétrique de O

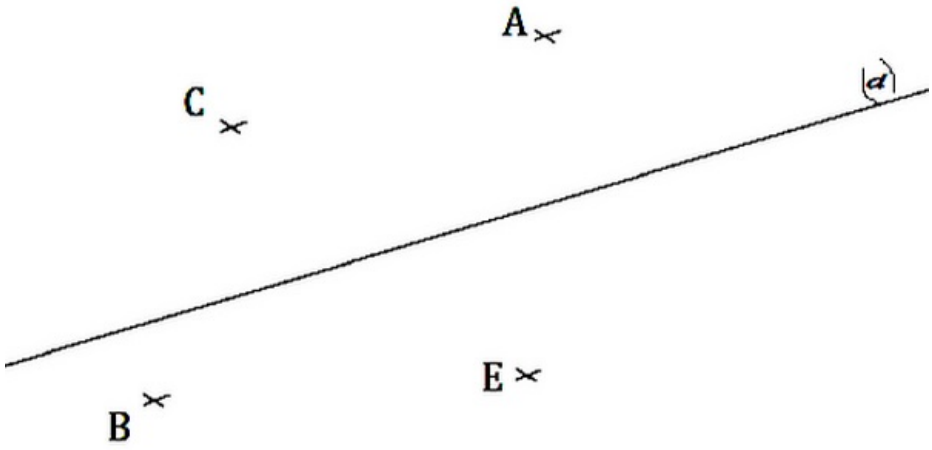
Donc le cercle (O;r) est le symétrique du cercle C′(O′;r).

IIX- Exercices

8-1/ Exercice 1

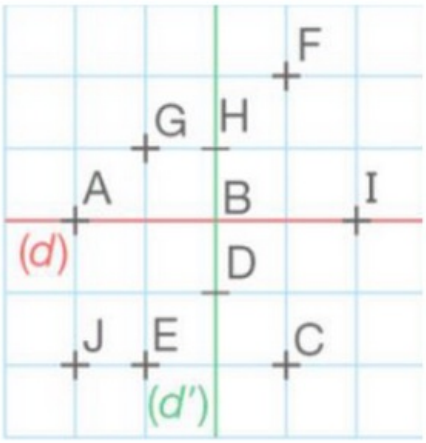
1) Construire avec l’équerre graduée les symétriques des points A et B par rapport à la droite (d).

2) Construire avec le compas les symétriques des points C et E par rapport à la droite (d).



8-2/ Exercice 2

Soit la figure suivante :



1) Quel est le symétrique par rapport à la droite (d) de :

- A ? ____
- B ? ____
- C ? ____
- D ? ____

2) Quel est le symétrique par rapport à la droite (d') de :

- A ? ____
- B ? ____
- C ? ____
- D ? ____

3) Indiquer une droite non tracée sur la figure, par rapport à laquelle les points A et B sont symétriques.

8-3/ Exercice 3

ABC est un triangle isocèle en A tel que : AC= 3 cm.

1. Construire B' le symétrique de B par rapport à la droite (AC).
2. Construire C' le symétrique de C par rapport à la droite (AB).
3. Montrer que : AB'=AC'.
4. Conclure que les points B, C, B' et C' appartiennent au même cercle. Déterminer son centre.

8-4/ Exercice 4

ABC est un triangle tel que : $AB = 3cm$, $\widehat{BAC} = 100^\circ$ et $\widehat{ABC} = 30^\circ$.

Soit M le milieu du segment [BC].

E est le symétrique de B par rapport à la droite (AM).

F est le symétrique de C par rapport à la droite (AM).

1. Construire la figure convenable.
2. Calculer AE.
3. Déterminer le symétrique de l'angle $\widehat{BAC}$ par rapport à la droite (AM). Justifier votre réponse.
4. Calculer les mesures des angles du triangle AEF.

8-5/ Exercice 5

ABCD est un quadrilatère convexe (non croisé) tel que $\widehat{DAB} = 40^\circ$, et I est le milieu du segment [AB].

1. Construire la figure convenable.
2. Construire les points A' , B' et I' les symétriques respectifs des points A, B et I par rapport à la droite (CD).
3. Montrer que les points A' , B' et I' sont alignés.
4. Comparer AI et A'I' ; puis BI et B'I'.
5. Montrer que I' est le milieu du segment [A'B'].
6. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{D'A'B'}$.

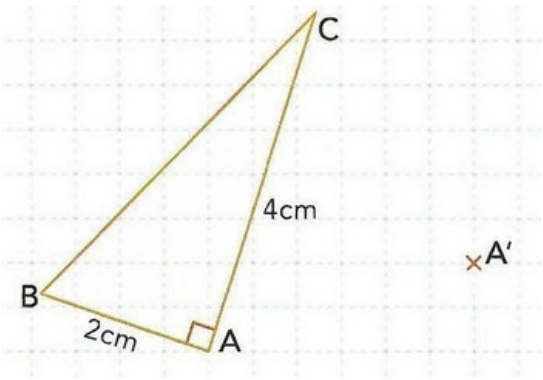
8-6/ Exercice 6

A et B sont les points d'intersection des cercles $C(O; 2cm)$ et $C'(I; 4cm)$ tel que $OI = 3cm$.

1. Faire une figure.
2. La droite (AB) est-elle un axe de symétrie de la figure ? justifier.
3. Montrer que B est le symétrique de A par rapport à la droite (OI).
4. En déduire l'axe de symétrie de la figure.
5. Quelle est la symétrique de la demi-droite $[OA)$ par rapport à la droite (OI) ?

8-7/ Exercice 7

L'axe de symétrie de la figure suivante a été effacé :



1. Retrouver l'axe de symétrie (L) sachant que A' est le symétrique de A par rapport à (L).

Soient B' et C' les symétriques respectifs de B et C par rapport à (L).

2. Quelle est la nature du triangle A'B'C' ? Justifier.
3. Déterminer, en justifiant la réponse, l'aire du triangle A'B'C'.