AlloSchool

Mathématiques : 1ère Année Collège

Séance 10 (Puissances)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Puissance d’un nombre relatif

1-1/ Définition

1-2/ Signe d’une puissance

1-3/ Puissance de 10

II- Propriétés des puissances

2-1/ Produit de deux puissances de même base

2-2/ Produit de deux puissances de même exposant

2-3/ Puissance d’une puissance

2-4/ Quotient de deux puissances de même base

2-5/ Quotient de deux puissances de même exposant

III- Exercices

3-1/ Exercice 1

3-2/ Exercice 2

3-3/ Exercice 3

3-4/ Exercice 4

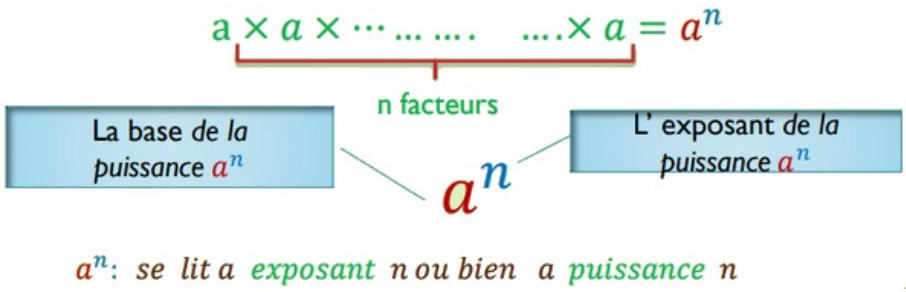
3-5/ Exercice 5

3-6/ Exercice 6

I- Puissance d’un nombre relatif

1-1/ Définition

Soient un nombre relatif et un nombre entier naturel non nul:



Exemple

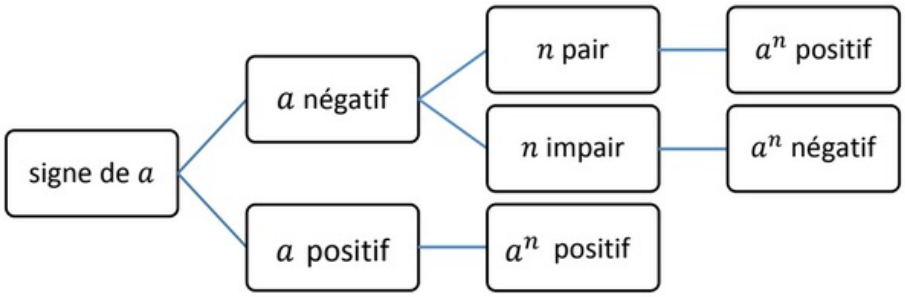
Cas particuliers

- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$ si $a \neq 0$
- a^2 se lit « a au carré »
- a^3 se lit « a au cube »

1-2/ Signe d'une puissance

a est un nombre relatif, et n un nombre entier non nul.

- Si l'exposant n est pair alors la puissance a^n est positive
- Si l'exposant n est impair alors la puissance a^n prend le signe de la base a.



Exemple

1-3/ Puissance de 10

Soit un nombre entier naturel non nul.

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times .. \times 10}_{n\ fois} = 1\ \underbrace{00 \ldots 0}_{n\ zéros}$$

Exemple

II- Propriétés des puissances

2-1/ Produit de deux puissances de même base

Propriété

Soient a un nombre relatif et m et n deux nombres entiers naturels non nuls.

$$a^m \times a^n = a^{(m+n)}$$

Exemple

2-2/ Produit de deux puissances de même exposant

Propriété

Soient a et b deux nombres relatifs et n un nombre entier naturel non nul

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

Exemple

2-3/ Puissance d'une puissance

Propriété

Soient a un nombre relatif et m et n deux nombres entiers naturels non nuls.

$$(a^m)^n = (a)^{m \times n}$$

Exemple

2-4/ Quotient de deux puissances de même base

Propriété

Soient a un nombre relatif et m et n deux nombres entiers naturels non nuls tel que : $n > m$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad (n > m)$$

Exemple

2-5/ Quotient de deux puissances de même exposant

Propriété

Soient a et b deux nombres relatifs et n un nombre entier naturel non nul

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Exemple

III- Exercices

3-1/ Exercice 1

Calculer :

$$9^2 = ____$$
$$(-5)^3 = ____$$
$$(-2)^6 = ____$$
$$(-1)^{320} = ____$$
$$0^{1937} = ____$$
$$(-4)^4 = ____$$
$$513^0 = ____$$

$$1^{715} = ____$$
$$10^{7} = ____$$
$$(1,2)^{3} = ____$$

3-2/ Exercice 2

Calculer :

$$\mathrm{A} = 1^3 + (-1)^4 + (-2)^5$$
$$\mathrm{B} = -2^3 - (-2)^2 + 2^3$$
$$\mathrm{C} = (-1)^{33} - (-1)^{34} + (-1)^{35} - (-1)^{36}$$
$$\mathrm{D} = 1^{14} + 1^{15} + 1^{16} + 1^{17} + 1^{18} + 1^{19}$$
$$\mathrm{E} = (-5)^3 - (-3)^5 + 1$$
$$\mathrm{F} = (-7+7)^{44} - (-1)^5 + 1^3 - (-1)^0$$

$$\mathrm{G} = -250^1 - (-250)^0 + 250$$
$$\mathrm{H} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$$
$$\mathrm{I} = \left(\tfrac{7}{5}\right)^{13} \times \left(\tfrac{5}{7}\right)^{13}$$
$$\mathrm{J} = \left(\tfrac{3}{4}\right)^3 - \tfrac{1}{46}$$
$$\mathrm{K} = \left(\tfrac{3}{2} - 1\right)^3 + 1$$
$$\mathrm{L} = \left(\tfrac{1}{2}\right)^5 - \tfrac{1}{4} \times \tfrac{1}{2}$$

3-3/ Exercice 3

Déterminer le signe en justifiant votre réponse :

$$(-19)^3 \ ; \ 3^{19} \ ; \ (-7,8)^{13} \ ; \ (-3)^{16} \ ; \ 24^2 \ ; \ (-15)^{11} \ ; \ (-8)^6 \ ; \ 13^5$$

3-4/ Exercice 4

Écrire chacune des expressions suivantes sous la forme d'une puissance :

- $A = 2^7 \times 2^3 \times 2^{10}$
- $B = (4^3)^2 \times 4 \times (4^3)^5$
- $C = (a \times a^2 \times a^3)^7 \times a^5$
- $D = (a^2)^3 \times (a^4)^2 \times a$
- $E = (7^5 \times 7^0 \times 7^3)^3 \times (7^2)^7 \times 7$
- $F = (2^7)^7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2^2$
- $G = (3^2)^3 \times 2 \times 3^2 \times (2^2)^3 \times 2$
- $H = (a \times b)^2 \times a \times b^2 \times a^5 \times b^4$
- $I = \dfrac{(a^2 \times b)^3 \times b}{a \times b} \times \dfrac{(a^2)^3 \times b^9}{a \times b^2}$
- $J = a \times \dfrac{a^4}{b^2} \times \left(\dfrac{b^5}{a^3}\right)^2 \times \left(\dfrac{a}{b^3}\right)^3 \times \dfrac{b^2}{a}$
- $L = (10^4)^5 \times 1000$
- $M = 2^7 \times 5^7 \times 100^3$
- $N = 25^2 \times 4^3 \times 5^2 \times 4^3$
- $O = 35^7 \times 49 \times 125 \times 7$

3-5/ Exercice 5

On donne :

$$Z = 0,39 \times 10^{47} + 610 \times 10^{44}$$
$$T = 1075 \times 10^{53} - 0,75 \times 10^{55}$$

1. Montrer que Z et T sont deux puissances de 10.

3-6/ Exercice 6

Un professeur de mathématiques demande à ses élèves de calculer les expressions suivantes :

$$a = (-2)^5 + 32$$
$$b = \frac{9-6\times 3}{9} - (-1)$$
$$c = (-1,25) \times (-8) - 2^{15} \times 10^{-14} \times 5^{15}$$

Après un moment de recherche, Samir affirme que $a = b = c$.

Nawal intervient et dit : " Pas exactement, j'ai trouvé $a = b = 0$ alors que $c = -17$ ".

1. À votre avis, qui a raison ? Justifier par des calculs détaillés.
2. Trouver l'erreur de celui qui a tort.