

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2016

- الموضوع -

RS24

ⵜⴰⵎⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵏⵓⵔⴰⵎⴰⵏ
ⵜⴰⵎⴰⵎⴰⵔⴰ ⵏ ⵓⵔⴰⵎⴰⵏ
ⵏ ⵓⵔⴰⵎⴰⵏ ⵏ ⵓⵔⴰⵎⴰⵏ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه



4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	الشعبة أو المسلك

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بحساب الاحتمالات.....(3 ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالبنى الجبرية.....(3.5 ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالأعداد العقدية.....(3.5 ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل.....(6.5 ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل.....(3.5 ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

التمرين الأول: (3 نقط)

لدينا صندوقان U و V . الصندوق U يحتوي على 4 كرات حمراء و 4 كرات زرقاء؛
الصندوق V يحتوي على كرتين حمراوين و 4 كرات زرقاء.

نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U : إذا كانت حمراء، نضعها في الصندوق V ثم نسحب عشوائيا كرة
من الصندوق V ؛ و إذا كانت زرقاء، نضعها جانبا؛ ثم نسحب عشوائيا كرة من الصندوق V .

لتكن الأحداث التالية: " R_U : الكرة المسحوبة من الصندوق U حمراء؛"

" B_U : الكرة المسحوبة من الصندوق U زرقاء؛"

" R_V : الكرة المسحوبة من الصندوق V حمراء؛"

" B_V : الكرة المسحوبة من الصندوق V زرقاء؛"

1- أحسب احتمال كل من الحدثين R_U و B_U . 0.5

2- (أ) أحسب احتمال الحدث B_V علما أن الحدث R_U محقق. 0.5

(ب) أحسب احتمال الحدث B_V علما أن الحدث B_U محقق. 0.5

3- بين أن احتمال الحدث B_V هو: $\frac{13}{21}$ 1

4- استنتج احتمال الحدث R_V . 0.5

التمرين الثاني: (3.5 نقط)

نذكر أن $(M_3(\mathbb{C}), +, \cdot)$ حلقة واحدة وحدتها $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ وأن $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ جسم تبادلي.

لكل عدد عقدي $z = x + iy$ حيث $x, y \in \mathbb{R}$ ، نضع: $M(z) = \begin{pmatrix} x+2y & 0 & 5y \\ 0 & 1 & 0 \\ -y & 0 & x-2y \end{pmatrix}$

و نعتبر المجموعة $E = \{M(z) / z \in \mathbb{C}\}$

1- نزود المجموعة E بقانون تركيب الداخلي $*$ المعروف بما يلي:

$$M(z) * M(z') = M(z) + M(z') - M(0) \quad (z, z' \in \mathbb{C})$$

بين أن $(E, *)$ زمرة تبادلية. 1

2- نعتبر التطبيق: $E \rightarrow \mathbb{C}^*$: $z \mapsto M(z)$ الذي يربط كل عدد عقدي z من \mathbb{C}^* بالمصفوفة $M(z)$

(أ) بين أن z تشكل من (\mathbb{C}^*, \cdot) نحو $(E, *)$ 1

(ب) استنتج أن $(E - \{M(0)\}, \cdot)$ زمرة تبادلية. 0.5

3- بين أن $(E, *, \cdot)$ جسم تبادلي. 1

التمرين الثالث: (3.5 نقط)

نعتبر في المجموعة \mathbb{C} المعادلة التالية:

$$(E): z^2 - (1 + \sqrt{3})(1 + i)z + 4i = 0$$

1- (أ) تحقق أن مميز المعادلة (E) هو: $D = \frac{1}{4}(\sqrt{3} - 1)(1 - i)^2$ 0.5

(ب) أكتب على الشكل المثالي كل حل من حل المعادلة (E) 1

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد و منظم و مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) .

نعتبر النقطتين A و B التي لحقيهما على التوالي $a = 1 + i\sqrt{3}$ و $b = \sqrt{3} + i$

(أ) بين أن مجموعة النقط من المستوى العقدي التي لحقها z يحقق: $z = \frac{1}{2}a\bar{z}$ هي مستقيم يمر من النقطة B 0.75

(ب) لتكن M و M' نقطتان لحقاهما على التوالي z و z' بحيث: $z' = a\bar{z} - b$ و $z' = b$

بين أن: $\frac{b^2}{(z' - b)(z - b)} = \frac{2}{|z - b|^2}$ 0.5

(ج) استنتج أن المستقيم (D) هو منصف الزاوية (BM, BM') 0.75

التمرين الرابع: (6.5 نقط)

n عدد صحيح طبيعي غير منعدم .

نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي: $f_n(x) = \ln(x) - \frac{n}{x}$

و ليكن (C_n) المنحنى الممثل للدالة f_n في معلم متعامد و منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1- (أ) أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C_n) 0.75

(ب) أدرس تغيرات الدالة f_n على $]0, +\infty[$ ثم أعط جدول تغيراتها. 0.75

(ج) أنشئ (C_2) 0.5

2- بين أن الدالة f_n تقابل من $]0, +\infty[$ نحو \square 0.5

3- (أ) بين أنه لكل عدد صحيح طبيعي n أكبر من أو يساوي 1 ، يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من المجال $]0, +\infty[$ 0.5

بحيث: $f_n(\alpha_n) = 0$

(ب) قارن $f_n(x)$ و $f_{n+1}(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$ 0.5

(ج) بين أن المتتالية $(\alpha_n)_{n \geq 1}$ تزايدية قطعاً. 0.5

4- (أ) بين أن: $\ln(x) < x$; $(x > 0)$ 0.5

(ب) بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n = +\infty$ 0.5

5- لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n نضع: $I_n = \frac{1}{\alpha_{n+1} - \alpha_n} \int_{\alpha_n}^{\alpha_{n+1}} f_n(x) dx$

(أ) بين أن: $I_n = f_n(c_n)$: $(\exists c_n \in [\alpha_n, \alpha_{n+1}])$; $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ 0.5

(ب) بين أن: $0 \leq I_n \leq \frac{1}{\alpha_{n+1}}$; $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ 0.5

(ج) حدد: $\lim_{n \in \mathbb{N}^*} I_n$ 0.5

التمرين الخامس: (3.5 نقط)

n عدد صحيح طبيعي أكبر من أو يساوي 2 .

نعتبر الدالة العددية g_n ذات المجهول x المعرفة على المجال $[n, +\infty[$ بما يلي: $g_n(x) = \int_n^x \frac{1}{\ln t} dt$

1- (أ) بين أن الدالة g_n قابلة للاشتقاق على المجال $[n, +\infty[$ ثم حدد دالتها المشتقة الأولى g'_n 0.5

(ب) بين أن الدالة g_n تزايدية قطعاً على المجال $[n, +\infty[$ 0.25

2- (أ) بين أن: $g_n(x) \geq \ln\left(\frac{x-1}{n-1}\right)$; $(\forall x \geq n)$ 0.5

(ب) يمكنك استعمال المتفاوتة التالية: $\ln(1+t) \leq t$; $(\forall t \geq 0)$

(ب) استنتج أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x) = +\infty$ 0.25

3- (أ) بين أن الدالة g_n تقابل من المجال $[n, +\infty[$ نحو المجال $[0, +\infty[$ 0.25

(ب) استنتج أن: $\int_n^{u_n} \frac{1}{\ln t} dt = 1$: $(\exists! u_n \geq n)$; $(\forall n \geq 2)$ 0.5

4- نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 2}$ المعرفة في السؤال 3- (ب)

(أ) بين أن: $\int_{u_n}^{u_{n+1}} \frac{1}{\ln t} dt = \int_n^{n+1} \frac{1}{\ln t} dt$; $(\forall n \geq 2)$ 0.5

(ب) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعاً.

(ج) حدد $\lim_{n \in \mathbb{N}^*} u_n$ 0.25

انتهى