المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
و التعليم العالي
و تكوين الأطر
و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
الموضوع

الصفحة
1 / 4

المـــــــادة:	الرياضيات	NS24	المعامل:	9
الشعـــب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)		مدة الإنجاز:	4

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع (4) ساعات.
- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بالبنيات الجبرية.....(3.5ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالأعداد العقدية.....(3.5ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالحسابيات.....(3ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل.....(6.25ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل.....(3,75ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة القابلة للبرمجة

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

التمرين الأول :(3.5 نقط) الجزءان I وII مستقلان فيما بينهما.

I- نزود المجموعة $I=]0,+\infty[$ بقانون التركيب الداخلي $*$ المعرف بما يلي:

$$(\forall (a,b)\in I\times I)\quad a*b=e^{\ln(a)\cdot\ln(b)}$$

0.5 1) بين أن القانون $*$ تبادلي و تجميعي في I .

0.25 2) بين أن القانون $*$ يقبل عنصرا محايدا ε في I يتم تحديده.

0.75 3)أ- بين أن $(I\setminus\{1\},*)$ زمرة تبادلية. ($I\setminus\{1\}$ هي المجموعة Iمحرومة من 1)

0.25 ب- بين أن $]1,+\infty[$ زمرة جزئية للزمرة $(I\setminus\{1\},*)$.

4) نزود I بقانون التركيب الداخلي $\times$ ($\times$هو الضرب في $\mathbb{R}$)

0.25 أ- بين أن القانون $*$ توزيعي بالنسبة للقانون $\times$

0.5 ب- بين أن $(I,\times,*)$ جسم تبادلي.

II- نعتبر المصفوفة : $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -2\\ -1 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 0\end{pmatrix}$

0.5 1) أحسب A^2 و A^3 .

0.5 2) استنتج أن المصفوفة A لا تقبل مقلوبا .

التمرين الثاني :(3.5 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$.

0.25 1) أ- حدد الجذرين المربعين للعدد العقدي : $3+4i$

0.5 ب- حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E):4z^2-10iz-7-i=0$

2) ليكن a و b حلي المعادلة (E) حيث: $\mathrm{Re}(a)<0$ والنقطتين Aو B صورتي a و bعلى التوالي.

0.25 أ- تحقق أن: $\dfrac{b}{a}=1-i$

0.75 ب- استنتج أن المثلث AOB متساوي الساقين و قائم الزاوية في A.

3) لتكن C نقطة لحقها c وتخالف النقطة A ولتكن D صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$ ولتكن L صورة النقطة D بالإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{AO}$.

0.5 أ- حدد بدلالة c العدد العقدي d لحق النقطة D.

0.5 ب- حدد بدلالة c العدد العقدي ℓ لحق النقطة L .

0.75 ج- حدد الكتابة الجبرية للعدد العقدي $\dfrac{\ell-c}{a-c}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACL.

التمرين الثالث:(3 نقط)

1

1) حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية m بحيث: $m^2+1\equiv 0\ [5]$

2) ليكن p عددا أوليا بحيث : $p=3+4k$ مع k عدد صحيح طبيعي.

و ليكن n عددا صحيحا طبيعيا بحيث: $n^2+1\equiv 0\,[p]$

0.25 أ- تحقق أن: $\left(n^2\right)^{1+2k}\equiv -1\,[p]$

0.5 ب- بين أن n و p أوليان فيما بينهما.

0.75 ج- استنتج أن: $\left(n^2\right)^{1+2k}\equiv 1\,[p]$

0.5 د- استنتج مما سبق أنه لا يوجد عدد صحيح طبيعي n يحقق: $n^2+1\equiv 0\,[p]$

التمرين الرابع:(6.25 نقط)

I- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty;0]$ بما يلي: $f(x)=4xe^{-x^2}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

0.5 1) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$

0.75 2) أدرس تغيرات الدالة f على المجال $]-\infty;0]$ ثم ضع جدول تغيراتها .

0.75 3) حدد معادلة نصف المماس للمنحنى (C) في أصل المعلم ثم أنشئ (C).

(نأخذ $\left\|\vec{i}\right\|=\left\|\vec{j}\right\|=2cm$ و نقبل أن النقطة التي أفصولها $\sqrt{\frac{3}{2}}$ نقطة انعطاف للمنحنى (C))

0.5 4)أحسب التكامل $a=\int_0^1 f(x)dx$ ثم استنتج بالسنتمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C) ومحوري المعلم و المستقيم الذي معادلته $x=1$

II- ليكن n عددا صحيحا طبيعيا أكبر من أو يساوي 2 .

نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على المجال $]-\infty;0]$ بما يلي : $f_n(x)=4x^ne^{-x^2}$

0.25 1) أ- بين أن: $(\forall x>1)\quad e^{-x^2}<e^{-x}$

0.25 ب- استنتج نهاية الدالة f_n عندما تؤول x إلى $-\infty$.

0.75 2) ادرس تغيرات الدالة f_n على المجال $]-\infty;0]$ ثم ضع جدول تغيراتها .

0.5 3) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد u_n من المجال $]0,1[$ بحيث : $f_n(u_n)=1$

0.25 4) أ- تحقق أن : $(\forall n\geq 2)\quad f_{n+1}(u_n)=u_n$

0.75 ب- بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 2}$ تزايدية قطعا ثم استنتج أنها متقاربة .

5) نضع : $\ell = \lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

0.25 أ- بين أن : $0 < \ell \leq 1$

0.25 ب- بين أن : $(\forall n \geq 2) \quad -\frac{\ln(4)}{n} < \ln(u_n) < \frac{1}{n} - \frac{\ln(4)}{n}$

0.5 ج- استنتج أن : $\ell = 1$

التمرين الخامس:(3.75 نقط)

نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي : $F(x) = \int_x^{2x} \frac{1}{\ln(1+t^2)} dt$

0.25 1) بين أن الدالة F فردية .

2) لكل x من المجال $]0,+\infty[$ نضع : $\varphi(x) = \int_1^x \frac{1}{\ln(1+t^2)} dt$

0.25 أ- تحقق أن: $(\forall x > 0) \quad F(x) = \varphi(2x) - \varphi(x)$

0.5 ب- بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ ثم أحسب $F'(x)$ من أجل $x > 0$

0.5 ج- استنتج منحى تغيرات الدالة F على المجال $]0,+\infty[$.

0.5 3) أ- باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية ، بين أن: $(\forall x > 0)\ (\exists c \in]x,2x[) : F(x) = \frac{x}{\ln(1+c^2)}$

0.25 ب- استنتج أن: $(\forall x > 0) \quad : \quad \frac{x}{\ln(1+4x^2)} < F(x) < \frac{x}{\ln(1+x^2)}$

0.75 ج-حدد النهايات : $\lim\limits_{x\to0^+} F(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{F(x)}{x}$.

0.75 د- تحقق أن : $F(\sqrt{e-1}) < \sqrt{e-1}$ و $F\left(\frac{\sqrt{e-1}}{2}\right) > \frac{\sqrt{e-1}}{2}$

ثم استنتج أن المعادلة $F(x) = x$ تقبل حلا وحيدا في $]0,+\infty[$.