

سلسلة 2	المتتاليات العددية	السنة 2 بكالوريا علوم رياضية
<p style="text-align: right;">تمرين 1: نعتبر المتتالية: $u_n = \frac{2^n}{n!}$ حيث $n \in \mathbb{N}$</p> <p>(1) تحقق أن: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2}{n+1}$ ثم استنتج أن: لكل $n \geq 3$ $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{2}$</p> <p>(2) بين أن: لكل $n \geq 3$ $u_n \leq u_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$</p> <p>(3) حدد: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$</p>		
<p style="text-align: right;">تمرين 2: نعتبر المتتالية: $u_n = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n^2}$ لكل $n \in \mathbb{N}^*$</p> <p>(1) ادرس رتبة u_n</p> <p>(2) تحقق أن: لكل $k \in \mathbb{N}_{-\{0,1\}}$ $\frac{1}{k^2} < \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$</p> <p>(3) استنتج أن: $\forall n \in \mathbb{N}_{-\{0,1\}}$ $u_n < 2 - \frac{1}{n}$</p> <p>(4) بين أن u_n متقاربة.</p>		
<p style="text-align: right;">تمرين 3: نعتبر المتتالية: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n} ; n \geq 0 \end{cases}$</p> <p>(1) ادرس رتبة u_n</p> <p>(2) بين أن u_n غير مكبورة (استعمل برهانا بالخلف)</p> <p>(3) استنتج ؟</p>		
<p style="text-align: right;">تمرين 4: نعتبر المتتالية: $u_n = 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!}$ لكل $n \in \mathbb{N}^*$</p> <p>(1) ادرس رتبة u_n</p> <p>(2) بين أن: لكل $k \in \mathbb{N}^*$ $k! \geq 2^{k-1}$</p> <p>(3) استنتج أن u_n متقاربة.</p>		
<p style="text-align: right;">تمرين 5: نعتبر المتتالية: $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ لكل $n \in \mathbb{N}^*$</p> <p>(1) ادرس رتبة u_n</p> <p>(2) تحقق أن: $S_{2n} - S_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ لكل $n \in \mathbb{N}^*$ ثم استنتج أن: $S_{2n} - S_n \geq \frac{1}{2}$</p> <p>(3) بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$</p> <p>(4) نضع $p_n = S_{2n} - S_n$ ، بين أن p_n متقاربة.</p>		