السنة 2 بكالوريا علوم رياضية	الحسابيات	سلسلة 2

تمرين 1 : a و b و c أعداد صحيحة طبيعية غير منعدمة. (الأسئلة مستقلة)

1) بين أن : $(a \wedge b)+(a \vee b)=a+b \Leftrightarrow a/b \ \ ou \ \ b/a$

2) بين أن : $(a^2+ab+b^2) \wedge ab=1 \Leftrightarrow a \wedge b=1$

3) بين أن : $c/(a \wedge c)(b \wedge c) \Leftrightarrow c/ab$

4) بين أن : $(a^2-b^2) \wedge (a^3-b^3)=(a-b)$ (حيث $a>b$)

تمرين 2 : n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

1) بين أن : $\forall (a,b) \in IN^2 \quad 15/\ ab(a^2+b^2)(a^2-b^2)$

2) بين أن : $\forall n \in IN \quad 42/n^7-n$

3) بين أن : $\forall n \in IN \quad 9/4^n+6n+8$

4) بين أن : $\forall n \in IN \quad 6^n \equiv 1+5n[25]$

تمرين 3 : a و b و c و d أعداد صحيحة طبيعية غير منعدمة.

بين أن : $a^{4b+d}-a^{4c+d} \equiv 0[30]$

تمرين 4 : p عدد أولي أكبر من 2 و n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.(السؤالان مستقلان)

1) بين أن : $(n+1)^p \equiv n^p+1[2p]$

2) بين أن : $n^{p^2} \equiv n^p[p^2]$

تمرين 5 : n عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 .(السؤالان مستقلان)

1) بين أن العدد : $A_n=n^4+n^2+1$ غير أولي .

2) بين أن التفكيك الأولي للعدد A_n لا يحتوي على العدد 2

3) بين أن : $n \wedge 3=1 \Rightarrow 3/A_n$

تمرين 6 : a و b و x أعداد من IN^* حيث $x>1$ ، نضع : $a \wedge b=d$

1) بين أن : $(x^d-1)/(x^a-1) \wedge (x^b-1)$

2) نعتبر المعادلة : $(E) \quad ax+by=d$

أ) بين أن المعادلة (E) تقبل على الأقل حلا (x_0,y_0) في Z^2

ب) حل في Z^2 المعدلة (E)

ج) استنتج أن : $\exists (u,v) \in IN^2 \ / \ au-bv=d$

د) تحقق أن : $(x^{au}-1)-(x^{bv}-1)x^d=(x^d-1)$

3) استنتج مما سبق أن : $(x^a-1) \wedge (x^b-1)=(x^{a \wedge b}-1)$