الثانوية التأهيلية ابن الياسمين	فرض محروس4 13-01-2011	2ب ع ر	ذ هدار

14,5ن *تمرين1*

نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على IR بمايلي : $\boxed{f_n(x) = 3x^n e^{-x^2} - 1 \;;\; n \in IN^*}$

A) نفترض في هذا الجزء أن: $n = 1$

1ن 1) احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f_1(x)$ واعط تأويلا هندسيا للنتيجتين .

1ن **2) أ-**احسب $f_1'(x)$ لكل x من IR .

1ن ب- أنشئ جدول تغيرات الدالة f_1 على IR.

1ن 3) احسب $f_1''(x)$ لكل x من IR،ثم ادرس تقعر منحنى الدالة f_1.

0,5ن 4) حدد معادلة المماس (Δ) لمنحنى الدالة f_1 في النقطة $A\,(0,-1)$

1ن 5) ادرس الوضع النسبي للمستقيم (Δ) ومنحنى الدالة f_1

1ن 6) أنشئ منحنى الدالة f_1في معلم متعامد وممنظم .

B) نفترض في كل ما يلي أن $n \geq 2$.

ليكن C_n منحنى الدالة f_n في معلم متعامد وممنظم

0,5ن 1) احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$.

1 ن 2) أنشئ جدول تغيرات الدالة f_nعلى IR^+.

0.5ن 3) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين C_nوC_{n+1} في IR^+ .

1ن 4) استنتج أن جميع المنحنيات C_nتمر من نقطتين ثابتتين يجب تحديدهما.

1ن 5) أ- بين أن المعادلة $f_n(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين u_n و v_nفي IR^+ بحيث: $0 < u_n < 1 < v_n$.

0,5ن ب-احسب النهاية : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

1ن ج - بين أن : $f_{n+1}(u_n) = u_n - 1 \;;\; \forall n \in IN^*$ ثم استنتج أن: $f_{n+1}(u_n) \leq 0 \;;\; \forall n \in IN^*$

1ن ت- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة.

و - نعتبر الدالة العددية g_n المعرفة على $]0;+\infty[$ بمايلي : $g_n(x) = \ln 3 + n\ln x - x^2$

0,5ن i . بين أن: $\forall x > 0 \;: g_n(x) = 0 \Leftrightarrow f_n(x) = 0$

1 ن ii . استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

5,5ن *التمرين الثاني :*

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x) = \ln x - \arctan x$

1,5ن 1) بين أن المعادلة $f(x) = n\pi \;;\; n \in IN$ تقبل حلا وحيدا x_n في المجال $]0;+\infty[$.

0,5ن 2) أ- تحقق من أن : $e^{n\pi} < x_n \;;\; \forall n \in IN$

0,5ن ب- استنتج أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n = +\infty$

1,5ن 3) تحقق أن : $\ln\dfrac{x_n}{e^{n\pi}} = \arctan x_n \;;\; \forall n \in IN$ و استنتج أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{x_n}{e^{n\pi}} = \sqrt{e^{\pi}}$

1,5ن 4) تحقق أن : $\ln\left(\dfrac{x_n}{x_{n+1}}\right) = \arctan x_n - \arctan x_{n+1} - \pi \;;\; \forall n \in IN$ و استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{x_n}{x_{n+1}}\right)$