



تمرين رقم 1

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^+ بما يلي : $f(x) = x \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}\right)$

(1) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين النقطة 0

(2) (أ) أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

(3) (أ) بين أن f قابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ ثم أحسب المشتقة $f'(x)$

(ب) أدرس تغيرات الدالة f وضع جدول التغيرات

(4) بين أن f تقابل من \mathbb{R}^+ نحو مجال I يتم تحديده

(5) أرسم المنحنيين (C_f) و $(\Gamma_{f^{-1}})$

تمرين رقم 2

$$\begin{cases} f(x) = \arctan\left(x \sqrt[3]{\frac{x}{x^2-1}}\right) & x^2 \neq 1 \\ f(1) = \frac{\pi}{2} & ; \quad f(-1) = \frac{-\pi}{2} \end{cases}$$

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي :

(1) حدد D_f وأحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يسار 0 وعلى يمين 1 ثم على يمين -1

(3) أحسب المشتقة $f'(x)$ ثم وضع جدول تغيرات f

(4) ليكن g قصور الدالة f على المجال $[-1, 0]$ ، أثبت أن g تقابل من $[-1, 0]$ نحو مجال J يتم تحديده

وأحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من J

تمرين رقم 3

$$\begin{cases} f(x) = 1 + \sqrt[3]{x^3 - 2x^2} & ; \quad x \geq 2 \\ f(x) = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2-x}}\right) & ; \quad x < 2 \end{cases}$$

لتكن f دالة عددية معرفة بما يلي :

-1 (أ) أدرس اتصال الدالة f على \mathbb{R}

(ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين وعلى يسار النقطة 2

-2 أحسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

-3 ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

-4 (أ) احسب المشتقة على كل من $]-\infty, 2[$ و $]2, +\infty[$

(ب) أدرس رتبة الدالة f على المجال $]-\infty, 2[$ و $]2, +\infty[$ ثم أنجز جدول تغيرات f

-5 ليكن g قصور الدالة f على المجال $]-\infty, 2[$. بين أن g تقابل من $]-\infty, 2[$ نحو مجال J يتم تحديده و عرف g^{-1}



$$\begin{cases} f(x) = \arctan \sqrt{x+2} & ; x \geq -2 \\ f(x) = x+2 - \sqrt{x^2+2x} & ; x < -2 \end{cases}$$

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

تمرين رقم 4

(1) (أ) بين ان f متصلة في النقطة -2

(ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة على يمين و يسار النقطة -2

(2) (أ) أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) أدرس الفرين الانهئيين للمنحنى (C_f)

(3) (أ) أحسب المشتقة $f'(x)$ على كل من المجالين $]-\infty, -2[$ و $]-2, +\infty[$

(ب) ادرس تغيرات الدالة f وضع جدول التغيرات

(4) (أ) بين ان $(\forall x \in]-\infty, -2[) f(x) \geq 2x + 3$

(ب) ارسم المنحنى (C_f)

(5) ليكن g قصور الدالة f على المجال $I =]-\infty, -2[$

(أ) بين أن g تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده

(ب) أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J

(ج) أرسم منحنى الدالة g^{-1} في المعلم السابق

(6) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = f(U_n)$

(أ) بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1, 2]$

(ب) بين ان $(\forall x \in \mathbb{R}^+) \arctan x \leq x$

(ج) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) 1 < U_n \leq 2$

(د) أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_n$ واستنتج انها متقاربة ثم حدد نهايتها

تمرين رقم 5

$$h(x) = 2 \arctan \frac{1}{x} - \frac{x-1}{x^2+1} \quad ; \quad]-\infty, 0[\text{ بما يلي } [I$$

(1) أحسب $h'(x)$ و بين أن h تناقصية قطعا

(2) استنتج أن $(\forall x < 0) h(x) < 0$

(3) بين أن $(\forall x < 0) x < \arctan x < \frac{x}{1+x^2}$

$$\begin{cases} f(x) = (x-1)^2 \arctan \left(\frac{1}{x} \right) & ; x \neq 0 \\ f(0) = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

[II] لتكن f الدالة المعرفة على $]-\infty, 0[$ بما يلي :

(1) (أ) بين أن f متصلة على يسار 0

(ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على يسار 0



$$(2) \text{ أ} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1 \text{ و بين أن } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ النهاية}$$

ب) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

$$(3) \text{ بين أن } (\forall x < 0) f'(x) = (x-1)h(x) \text{ و أنجز جدول تغيرات الدالة } f$$

(4) أرسم المنحنى (C_f)

((C_f) يقطع $y = x - 2$ في نقطة أفصولها $\alpha \approx -0,5$ و (C_f) يوجد تحت (Δ) على $]-\infty; \alpha[$)

تمرين رقم 6

f دالة عددية معرفة بما يلي ، $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x+1} - \text{Arc tan}(\sqrt{x})$ و (C_f) منحناها في $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

2. حدد نهايات f عند محددات D_f

3. ادرس تغيرات الدالة f على $]0; +\infty[$

4. لتكن الدالة g حيث ، $g(x) = \frac{\text{Arc tan } \sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$

أ. حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g

ب. حدد نهايات g عند محددات D_g ثم استنتج مقاربات المنحنى (C_g) الممثل للدالة g

ج. ادرس قابلية الاشتقاق g عند $x_0 = 0$ على اليمين ثم أعط تاويلا هندسيا

د. ادرس تغيرات الدالة g

5. ليكن h قصور الدالة g على $]0; 1[$. بين أن g تقابل من $]0; 1[$ نحو مجال J ينبغي تحديده

6. أنشئ (C_g) و $(C_{h^{-1}})$

تمرين رقم 7

نعتبر الدالة العددية f بحيث ، $f(x) = \arctan \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

1- حدد D_f و أدرس زوجية الدالة f

2- أحسب $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$

3- أحسب $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$

4- أدرس رتابة الدالة f على المجال $I =]0, 1[$

5- ليكن g قصور الدالة f على المجال I .

أ- بين أن تقابل من I نحو مجال J يتعين تحديده و أحسب $g^{-1}(x)$ $(\forall x \in J)$

ب- استنتج أن $\forall x \in \mathbb{R}^{+*} \cos(\arctan x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$