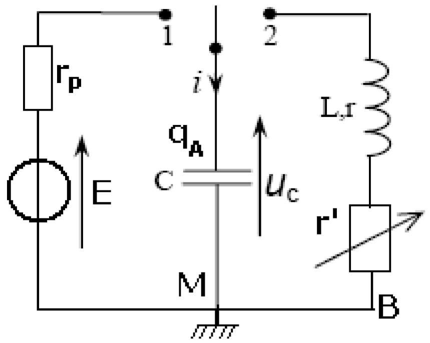
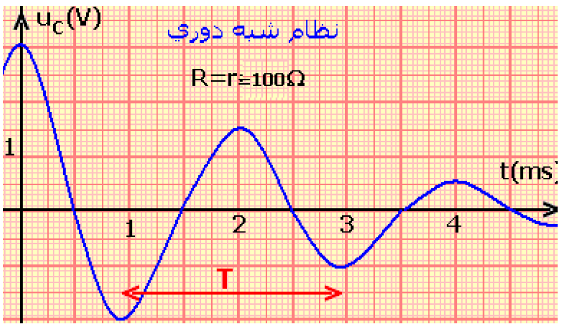
التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

1. تفريغ مكثف في وشيعة:



ننجز التركيب الكهربائي

- نضبط التوتر المستمر الي يحطيه المولد على القيمة E=3V و مقاومة الموصل الأومي على $r'=0\Omega$
- نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (1) لمدة زمنية كافية لشحن المكثف كليا.
- نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) فنحصل على دارة RLC متوالية مقاومتها الكلية $R=r+r'$ حيث r:مقاومة الوشيعة
- نغير من قيمة r' مقاومة الموصل الأومي ونعاين التوتر $u_C(t)$ بين قطبي المكثف



$R=r$ و $r'=0\Omega$

نحصل على تذبذبات يتناقص وسعها مع مرور الزمن

نعاين على شاشة كاشف التذبذب التوتر $u_C(t)$ و نلاحظ بأن:

- التوتر $u_C(t)$ توتر متناوب لكن ليس دوري
- وسع التوتر $u_C(t)$ يتناقص مع مرور الزمن و بالتالي فالتذبذبات مخمدة

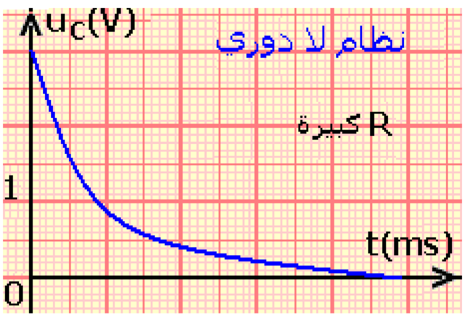
الذبذبات تتم دون أن نزود الدارة RLC بالطاقة غير الطاقة المخزونة في المكثف و بالتالي فالذبذبات حرة

خلاصة:

- يؤدي تفريغ مكثف،مشحون، في وشيعة دارة RLC متوالية، إلى ظهور تذبذبات حرة و مخمدة.
- الدارة RLC المتوالية تكون متذبذبا كهربائيا حرا و مخمدا

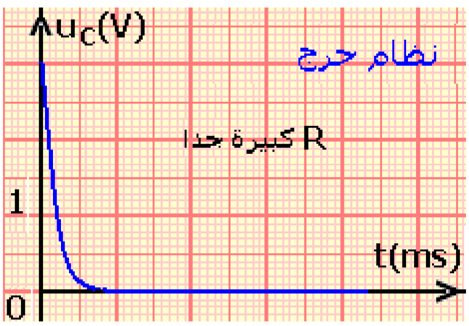
T: شبه الدور و هي المدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليتين للتوتر $u_C(t)$

شبه الدور T مرتبط بـL و C و مستقل عن المقاومة R



$R=r+r'$ و $r'\neq 0\Omega$

مع تزايد المقاومة R تزول التذبذبات نظرا لوجود خمود مهم و يسمى النظام بالنظام اللا دوري



في الذبذبات الحرة توجد قيمة معينة للمقاومة نرمز لها ب Rc و تسمى مقاومة حرجة و عي مقاومة تفصل بين النظام شبه الدوري و النظام الادوري و نسمي النظام في هذه الحالة بالنظام الحرج و في هذه الحالة يرجع التوتر $u_C(t)$ إلى الصفر بسرعة و دون تذبذب و تتعلق Rc ب L و C.

2. المعادلة التفاضلية لدارة RLC متوالية:

نعتبر الدارة الممثلة في الشكل جانبه

حسب قانون إضافية التوترات بين F و D $\quad u_C+u_{AB}+u_R=0$

بحيث: $i=C.\dfrac{du_C}{dt}$ و $u_R=r'.i$ و $u_L=r.i+L.\dfrac{di}{dt}$

أي أن: $u_C+r'.C.\dfrac{du_C}{dt}+r.C.\dfrac{du_C}{dt}+L.C.\dfrac{d^2u_C}{dt^2}=0$

و منه: $u_C+(r+r').C.\frac{du_C}{dt}+L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2}=0$ نضع R=r+r' و $u_C+R.C.\frac{du_C}{dt}+L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2}=0$

و بالتالي: $\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{L.C}u_C=0$: المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين قطبي المكثف

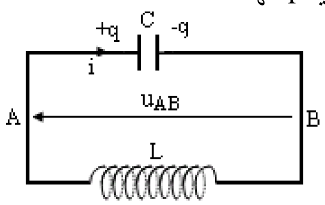
يعبر المقدار $\frac{R}{L}\frac{du_C}{dt}$ عن ظاهرة خمود التذبذبات، و يحدد حسب قيم R نظام هذه الذبذبات

3. الذبذبات عير المخمدة في داة مثالية LC:

المعادلة التفاضلية:

تتكون الدارة من مكثف سعته C و شحنته البدئية q_0 و وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها الداخلية r مهملة

حسب قانون إضافية التوترات $u_C+u_L=0$



بحيث: $i=C.\frac{du_C}{dt}$ و $u_L=r.i+L.\frac{di}{dt}$ و r=0

أي أن: $u_L=L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2}$ و منه: $u_C+L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2}=0$

و بالتالي: $\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$: المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين قطبي المكثف

حل المعادلة التفاضلية:

$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$: معادلة خطية من الدرجة الثانية حلها: $u_C(t)=U_m.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$

Um: وسع التذبذبات (القيمة القصوية لتوتر $u_C(t)$)

$\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi$: الطور عند اللحظة t و φ: الطور عند أصل التواريخ t=0

T_0: الدور الخاص للذبذبات

- تحديد تعبير الدور الخاص T_0:

نعوض $u_C(t)=U_m.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$ في $\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}=-U_m.(\frac{2.\pi}{T_0})^2.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)=-(\frac{2.\pi}{T_0})^2.u_C(t)$$

و منه $\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=\frac{1}{L.C}u_C-(\frac{2.\pi}{T_0})^2.u_C=(\frac{1}{L.C}-(\frac{2.\pi}{T_0})^2).u_C=0$

و بالتالي: $\frac{1}{L.C}-(\frac{2.\pi}{T_0})^2=0$ أي $\frac{1}{L.C}=(\frac{2.\pi}{T_0})^2$ و $T_0=2.\pi.\sqrt{L.C}$

- تحديد φ و Um:

لتحديد قيم φ و Um نحدد الشروط البدئية عند تفريغ المكثف في الوشيعة.

لدينا: $u_C(t)=U_m.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$ و $i(t)=C.\frac{du_C}{dt}=-U_m.\frac{2.\pi}{T_0}.\sin(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$

عند اللحظة t=0 لدينا i(t)=0 الوشيعة لا يمر بها أي تيار كهربائي

$i(0)=-U_m.\frac{2.\pi}{T_0}.\sin(\varphi)=0$ و منه $\sin(\varphi)=0$ و **φ=π** أو **φ=0**

في البداية المكثف مشحون و $u_C(0)=E$

$u_C(0)=U_m.\cos(\varphi)=E$ و بما أن E>0 و Um>0 فإن $\cos(\varphi)>0$ و منه **φ=0**

و بالتالي $u_C(t)=E.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t)$ مع $u_C(0)=Um=E$

تعبير الشحنة q(t) و i(t):

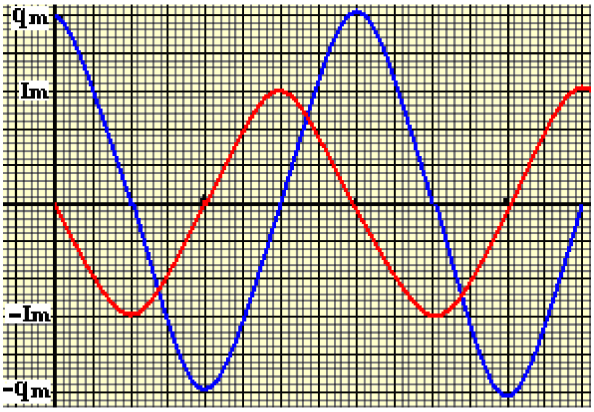
نعلم أن شحنة المكثف هي :

$$q(t)=C.u_C(t)=C.U_m.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)=q_m.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$$ مع $q_m=C.U_m$

شدة التيار الكهربائي:

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=-q_m.\frac{2.\pi}{T_0}.\sin(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)=q_m.\frac{2.\pi}{T_0}.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi+\frac{\pi}{2})=I_m.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$

$i(t)$ متقدمة في الطور ب $\frac{\pi}{2}$ بالنسبة ل $q(t)$ و نقول أن $q(t)$ و $i(t)$ على تربيع في الطور



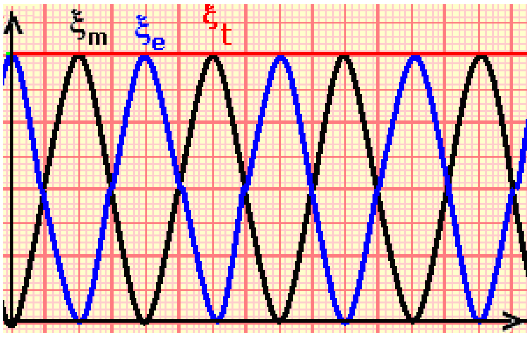
التمثيل المبياني ل q(t) و i(t):

في اللحظة t=0 عندنا q=qm و φ=0

$$q(t)=q_m.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t)$$ و $$i(t)=I_m.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\frac{\pi}{2})$$

عندما تكون شحنة المكثف قصوية تكزن شدة النيار الكهربائي منعدمة

انتقال الطاقة بين المكثف و الوشيعة:



الطاقة الكلية المخزونة في الدارة LC هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية ξe في المكثف و الطاقة المفنطيسية المخزونة ξm في الوشيعة

$$\xi=\xi e+\xi m=\frac{1}{2}.C.u_C{}^2+\frac{1}{2}.L.i^2$$

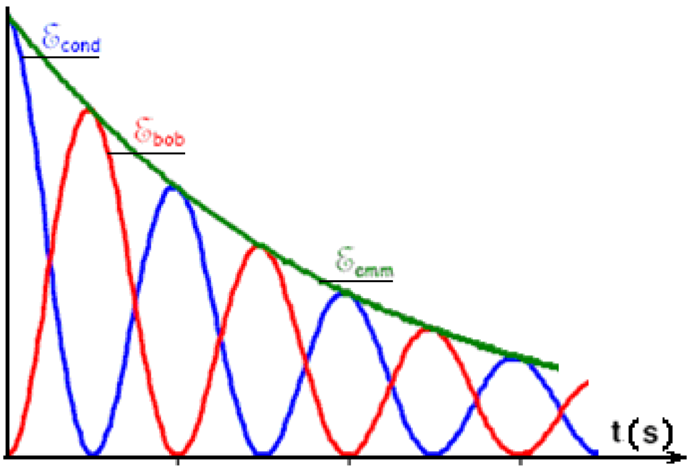
خلاصة:

تكون الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن و تساوي الطاقة البدئية المحزونة في المكثف

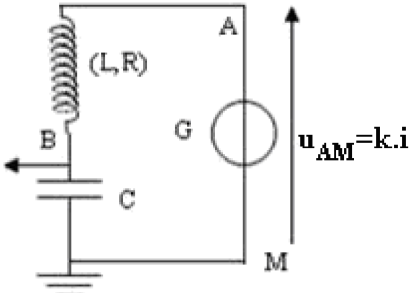
$$\xi=\xi e+\xi m=\frac{1}{2}.C.u_C{}^2+\frac{1}{2}.L.i^2=\frac{1}{2}.C.U_m{}^2=\frac{1}{2}.L.I_m{}^2$$

خلال الذبذبات غير المخمدة تتحول الطاقة الكهربائية في المكثف إلى طاقة مفنطيسية في الوشيعة و العكس صحيح

4. الطاقة في الدارة RLC المتوالية:



- عندما تنقص الطاقة في المكثف تزداد الطاقة المخزونة في الوشيعة و العكس صحيح، أي أن هناك تبادل طاقي بين المكثف و الوشيعة
- خلال أي تبادل طاقي بين المكثف و الوشيعة تتناقص الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة R.
- ظاهرة الخمود هي نتيجة لتحول جزء من الطاقة الكلية بمفعول جول إلى طاقة حرارية



$$\xi = \xi e + \xi m = \frac{1}{2}.C.u_C{}^2 + \frac{1}{2}.L.i^2$$

$$u_{AM}=u_{AB}+u_{BM}$$

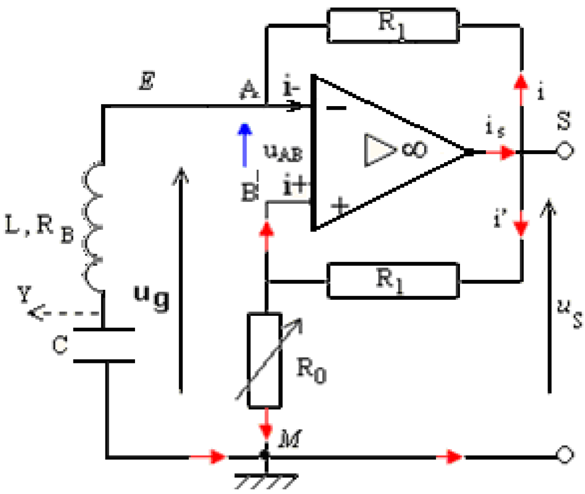
$$k.i = R.i + L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{c}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du}{dt}$$ و $u=u_{BM}$

$LC.\frac{d^2u}{dt^2} + (R-k)C.\frac{du}{dt} + u = 0$ و منه $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{(R-k)}{L}.\frac{du}{dt} + \frac{1}{L.C}u = 0$

بالنسبة ل $R=k$ نحصل على المعادلة التالية: $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{L.C}u = 0$

إنجاز المولد G



المضخم العملياتي كاملا و يشتغل في النظام الخطي

$u_{AB}=0$ و $i^-=i^+=0$

$u_G=u_{AM} = u_{AS}+u_{SB}+u_{BM}$

$= -R_1.i+R_1.i'+R_0.i'$

$u_{AS}=u_{AB}+u_{BS}$

$i=i'$ و منه $-R_1.i = 0-R_1.i'$

$k=R_0$ و منه $u_S=k.i$ و $u_S=R_0.i$

معاينة التوتر بين مربطي مكثف الدارة LC الذي يوجد بها المولد G

عند معاينة التوتر بين مربطي مكثف نلاحظ:

$R_0<R$ لا تكون هناك تذبذبات

$R_0>R$ تكون تذبذبات لا جيبية

R_0 أكبر بقليل من R تكون التذبذبات جيبية