الثانية باكالوريا
الفيزياء

بعض تطبيقات قوانين نيوتن

Quelques applications des lois de Newton

الجزء الرابع :
الميكانيك
الوحدة 2
8 س

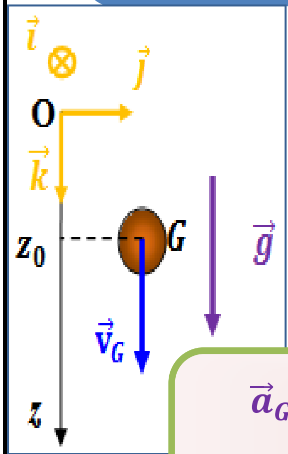
1- الحركات المستقيمية :

1-1- السقوط الرأسي الحر :

السقوط الحر لجسم صلب هو حركة مركز قصوره في مرجع أرضي عندما يخضع لوزنه فقط .
ونحصل عليه تجريبيا إذا تم في الفراغ أو في الهواء بالشروط التالية :

- شكل الجسم انسيابي (f مهملة أمام P) .
- الكتلة الحجمية للجسم كبيرة مقارنة مع الكتلة الحجمية للهواء (F_A مهملة أمام P) .
- ارتفاعات السقوط صغيرة (من رتبة المتر) .

1-1-1- المعادلات التفاضلية :



ندرس السقوط الرأسي الحر لجسم صلب (S) كتلته m في معلم متعامد ممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ مرتبط بالأرض الذي نعتبره غاليليا .

المجموعة المدروسة : { الجسم (S) } وتتم دراسة الحركة في المعلم $(O,\vec{k})$ الموجه نحو الأسفل و المرتبط بالأرض الذي نعتبره غاليليا .

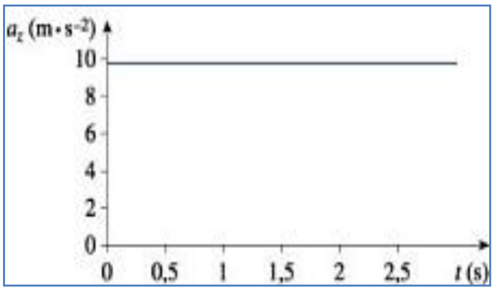
جرد القوى : وزنها $\vec{P} = m\vec{g}$.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m\vec{g} = m.\vec{a}_G$ أي $\vec{a}_G = \vec{g}$

- أثناء السقوط الرأسي الحر لجسم صلب ، تكون $\vec{a}_G = \vec{g}$ أي أن متجهة التسارع $\vec{a}_G$ لمركز قصور الجسم لا تتعلق بالكتلة m للجسم الصلب .
- أثناء السقوط الرأسي الحر لجسم صلب في مجال الثقالة المنتظم ، يكون مركز قصوره في حركة مستقيمية متغيرة بانتظام لأن مسارها مستقيمي و تسارعها ثابت $a_G = g = cte$

1-1-2- حل المعادلات التفاضلية :

الشروط البدئية عند اللحظة $t = 0$: $\overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 \end{cases}$ و $\vec{v}_{G0} \begin{cases} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} \end{cases}$



نسقط العلاقة المتجهية $\vec{a}_G = \vec{g}$ في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ فنجد

$$\vec{a}_G(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = g \end{cases}$$

المعادلات الزمنية لمتجهة التسارع .

مع $a_G = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = |a_z| = g$

ونعلم أن $\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}}{dt}$ إذن :

$$\frac{d\vec{v}}{dt}(t) \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = a_x(t) = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = a_y(t) = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = a_z(t) = g \end{cases}$$

وهي تمثل المعادلات التفاضلية للحركة .

و **بعملية التكامل** نحصل على : $\vec{v}_G(t)\begin{cases} v_x(t) = C_1 = v_{0_x} = 0 \\ v_y(t) = C_2 = v_{0_y} = 0 \\ v_z(t) = g.t + C_3 = g.t + v_{0_z} \end{cases}$ وهي تمثل

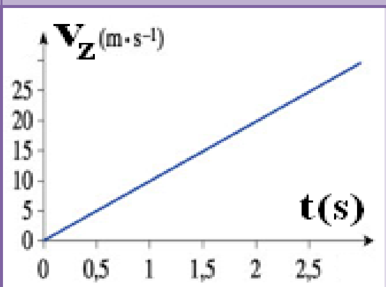
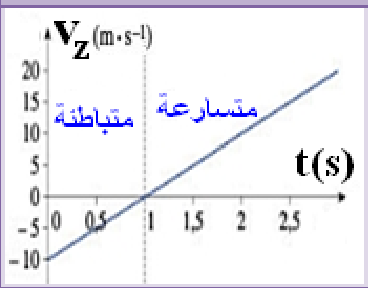
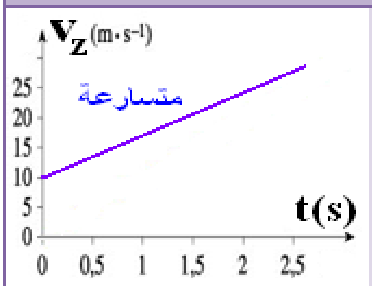
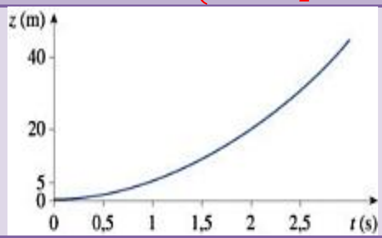
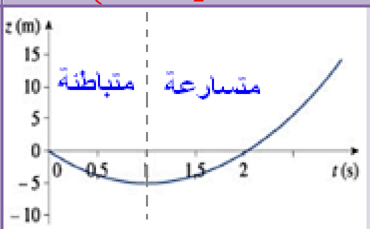
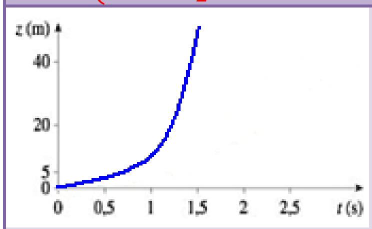
المعادلات الزمنية لمتجهة السرعة .

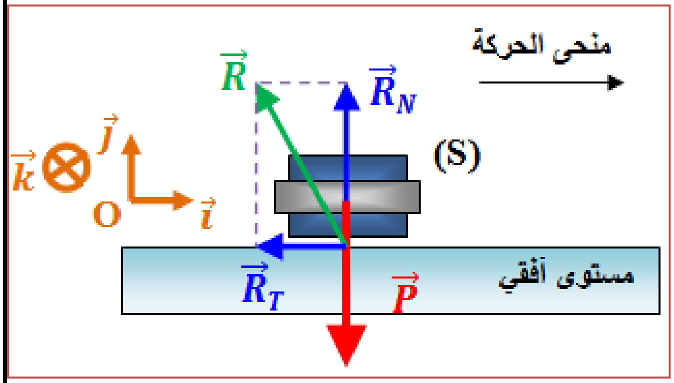
$$v_G = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = |v_z|$$

ونعلم أن $\vec{v}_G(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ إذن : $\dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}(t)\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_x(t) = 0 \\ \dfrac{dy}{dt} = v_y(t) = 0 \\ \dfrac{dz}{dt} = v_z(t) = g.t + v_{z0} \end{cases}$

و**بعملية التكامل** نحصل على : $\overrightarrow{OG}(t)\begin{cases} x(t) = C_4 = x_0 = 0 \\ y(t) = C_5 = y_0 = 0 \\ z(t) = \frac{1}{2}g.t^2 + v_{0_z}.t + C_6 = \frac{1}{2}g.t^2 + v_{0_z}.t + z_0 \end{cases}$

وهي تمثل **المعادلات الزمنية لمتجهة الموضع** .

تطبيق	بدون سرعة بدئية	بسرعة بدئية نحو الأعلى	بسرعة بدئية نحو الأسفل
الشروط البدئية **المحور (oz) نحو الأسفل**	$\vec{v}_{G0}\begin{cases} v_{0_x} = 0 \\ v_{0_y} = 0 \\ v_{0_z} = 0 \end{cases}$ و $\overrightarrow{OG}_0\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$	$\vec{v}_{G0}\begin{cases} v_{0_x} = 0 \\ v_{0_y} = 0 \\ v_{0_z} < 0 \end{cases}$ و $\overrightarrow{OG}_0\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$	$\vec{v}_{G0}\begin{cases} v_{0_x} = 0 \\ v_{0_y} = 0 \\ v_{0_z} > 0 \end{cases}$ و $\overrightarrow{OG}_0\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$
المعادلات التفاضلية للحركة	$\dfrac{d\vec{v}}{dt}(t)\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = a_x(t) = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = a_y(t) = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = a_z(t) = g \end{cases}$	$\dfrac{d\vec{v}}{dt}(t)\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = a_x(t) = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = a_y(t) = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = a_z(t) = g \end{cases}$	$\dfrac{d\vec{v}}{dt}(t)\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = a_x(t) = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = a_y(t) = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = a_z(t) = g \end{cases}$
المعادلات الزمنية لمتجهة السرعة	$\vec{v}_G(t)\begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = g.t \end{cases}$	$\vec{v}_G(t)\begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = g.t + v_{0_z} \end{cases}$	$\vec{v}_G(t)\begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = g.t + v_{0_z} \end{cases}$
المنحنى $V = f(t)$			
المعادلات الزمنية لمتجهة الموضع	$\overrightarrow{OG}(t)\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = \frac{1}{2}g.t^2 \end{cases}$	$\overrightarrow{OG}(t)\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = \frac{1}{2}g.t^2 + v_{0_z}.t \end{cases}$	$\overrightarrow{OG}(t)\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = \frac{1}{2}g.t^2 + v_{0_z}.t \end{cases}$
المنحنى $z = f(t)$			
طبيعة الحركة	مستقيمية متسارعة بانتظام	مستقيمية متغيرة بانتظام	مستقيمية متسارعة بانتظام



2-1- حركة جسم صلب على مستوى أفقي :

في لحظة نعتبر ها أصلا للتواريخ، نرسل جسما صلبا (S) كتلته m فوق مستوى أفقي بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ أفقية.

نعتبر قوة الاحتكاك **ثابتة** أي $\vec{f} = \vec{R}_T = \overrightarrow{cte}$.

1-2-1- المعادلات التفاضلية :

المجموعة المدروسة : { **الجسم** (S) } وتتم دراسة الحركة في المعلم المتعامد الممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المرتبط بالأرض الذي نعتبره غاليليا .

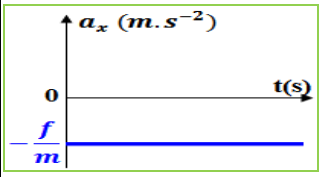
جرد القوى : وزنها $\vec{P}$ و تأثير السطح $\vec{R}$.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$

في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا : $\vec{P}\begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = -mg \\ P_z = 0 \end{cases}$ $\quad \vec{R}\begin{cases} R_x = -R_T = -f \\ R_y = R_N \\ R_z = 0 \end{cases}$

$\vec{a}_G(t)\begin{cases} a_x(t) \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = 0 \end{cases}$ ($a_y = a_z = 0$ لأن حركة (S) مستقيمية وفق (ox)) .

نسقط العلاقة المتجهية في $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ فنجد $\begin{cases} P_x + R_x = ma_x \\ P_y + R_y = ma_y \\ P_z + R_z = ma_z \end{cases}$ أي $\begin{cases} ma_x = -f \\ ma_y = -mg + R_N = 0 \\ ma_z = 0 \end{cases}$



وبالتالي **المعادلات التفاضلية للحركة** هي : $\vec{a}_G(t)\begin{cases} a_x(t) = -\frac{f}{m} \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = 0 \end{cases}$

وبما أن المسار مستقيمي والتسارع ثابت $a_G = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = |a_x| = \frac{f}{m}$

فإن الجسم في **حركة مستقيمية متغيرة بانتظام** .

2-2-1- حل المعادلات التفاضلية :

الشروط البدئية عند اللحظة $t = 0$: $\overrightarrow{OG}_0\begin{cases} x_0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$ و $\vec{v}_{G0}\begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$

ونعلم أن $\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}}{dt}$ إذن : $\frac{d\vec{v}}{dt}(t)\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = a_x(t) = -\frac{f}{m} \\ \frac{dv_y}{dt} = a_y(t) = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = a_z(t) = 0 \end{cases}$ و هي تمثل **المعادلات التفاضلية للحركة** .

و **بعملية التكامل** نحصل على : $\vec{v}_G(t)\begin{cases} v_x(t) = -\frac{f}{m}t + C_1 = -\frac{f}{m}t + v_{0x} = -\frac{f}{m}t + v_0 \\ v_y(t) = C_2 = v_{0y} = 0 \\ v_z(t) = C_3 = v_{0z} = 0 \end{cases}$

و هي تمثل **المعادلات الزمنية لمتجهة السرعة** . مع

$$v_G = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = |v_x|$$

ونعلم أن $\vec{v}_G(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ إذن :

$$\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}(t)\begin{cases}\dfrac{dx}{dt} = v_x(t) = -\dfrac{f}{m}t + v_0\\ \dfrac{dy}{dt} = v_y(t) = 0\\ \dfrac{dz}{dt} = v_z(t) = 0\end{cases}$$

و**بعملية التكامل** نحصل على :

$$\overrightarrow{OG}(t)\begin{cases}x(t) = -\dfrac{f}{2m}t^2 + v_0t + C_4 = -\dfrac{f}{2m}t^2 + v_0t + x_0\\ y(t) = C_5 = y_0 = 0\\ z(t) = C_6 = z_0 = 0\end{cases}$$

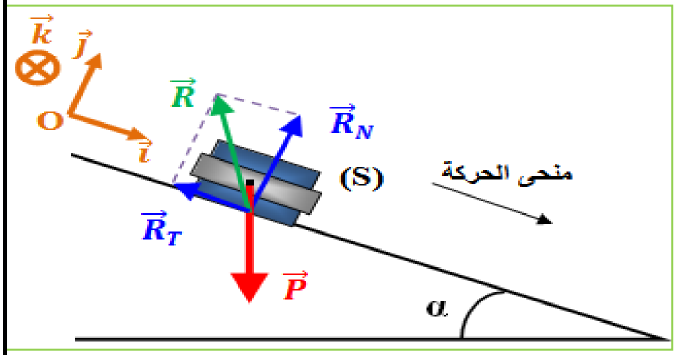
و هي تمثل **المعادلات الزمنية لمتجهة الموضع** .

حالة الاحتكاكات المهملة :

بنفس الطريقة وفي نفس الشروط البدئية ، نجد :

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}}{dt}\begin{cases}\dfrac{dv_x}{dt} = a_x = 0\\ \dfrac{dv_y}{dt} = a_y = 0\\ \dfrac{dv_z}{dt} = a_z = 0\end{cases} \quad \text{و} \quad \vec{v}_G(t)\begin{cases}v_x(t) = v_0\\ v_y(t) = 0\\ v_z(t) = 0\end{cases} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{OG}(t)\begin{cases}x(t) = v_0t + x_0\\ y(t) = 0\\ z(t) = 0\end{cases}$$

1-3- حركة جسم صلب على مستوى مائل :



في لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ ، نحرر جسما صلبا (S) كتلته m فوق مستوى مائل بزاوية α بدون سرعة بدئية . نعتبر قوة الاحتكاك ثابتة أي $\vec{f} = \vec{R}_T = \overrightarrow{cte}$

1-3-1- المعادلات التفاضلية :

المجموعة المدروسة : { **الجسم (S)** } وتتم دراسة الحركة في المعلم المتعامد الممنظم $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ المرتبط بالأرض الذي نعتبره غاليليا . **جرد القوى** : وزنها $\vec{P}$ و تأثير السطح $\vec{R}$.

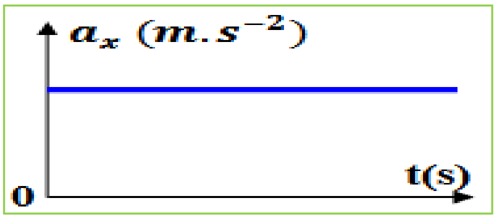
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$

في المعلم $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا : $\vec{P}\begin{cases}P_x = mg\sin\alpha\\ P_y = -mg\cos\alpha\\ P_z = 0\end{cases}$ $\vec{R}\begin{cases}R_x = -R_T = -f\\ R_y = R_N\\ R_z = 0\end{cases}$

$\vec{a}_G(t)\begin{cases}a_x(t)\\ a_y(t) = 0\\ a_z(t) = 0\end{cases}$ ($a_y = a_z = 0$ لأن حركة (S) مستقيمية وفق (ox)) .

نسقط العلاقة المتجهية في $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ فنجد $\begin{cases}P_x + R_x = ma_x\\ P_y + R_y = ma_y\\ P_z + R_z = ma_z\end{cases}$ أي

$\begin{cases}ma_x = mg\sin\alpha - f\\ ma_y = R_N - mg\cos\alpha = 0\\ ma_z = 0\end{cases}$ وبالتالي **المعادلات التفاضلية** للحركة هي :



$$\vec{a}_G(t)\begin{cases} a_x(t) = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m} \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = 0 \end{cases}$$

وبما أن المسار مستقيمي والتسارع ثابت $a_G = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = |a_x| = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}$

فإن الجسم في **حركة مستقيمية متغيرة بانتظام** .

1-3-2- حل المعادلات التفاضلية :

الشروط البدئية عند اللحظة $t = 0$: $\overrightarrow{OG}_0\begin{cases} x_0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$ و $\vec{v}_{G0}\begin{cases} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$

ونعلم أن $\vec{a}_G = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ إذن : $\dfrac{d\vec{v}}{dt}(t)\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = a_x(t) = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m} \\ \dfrac{dv_y}{dt} = a_y(t) = 0 \\ \dfrac{dv_z}{dt} = a_z(t) = 0 \end{cases}$ وهي تمثل **المعادلات التفاضلية للحركة** .

و **بعملية التكامل** نحصل على : $\vec{v}_G(t)\begin{cases} v_x(t) = \left(g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}\right)t + C_1 = \left(g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}\right)t \\ v_y(t) = C_2 = v_{0y} = 0 \\ v_z(t) = C_3 = v_{0z} = 0 \end{cases}$

وهي تمثل **المعادلات الزمنية لمتجهة السرعة** .

$$\boxed{v_G = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = |v_x|}$$

ونعلم أن $\vec{v}_G(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ إذن : $\dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}(t)\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_x(t) = \left(g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}\right)t \\ \dfrac{dy}{dt} = v_y(t) = 0 \\ \dfrac{dz}{dt} = v_z(t) = 0 \end{cases}$

و**بعملية التكامل** نحصل على : $\overrightarrow{OG}(t)\begin{cases} x(t) = \dfrac{1}{2}\left(g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}\right)t^2 + C_4 = \dfrac{1}{2}\left(g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}\right)t^2 \\ y(t) = C_5 = y_0 = 0 \\ z(t) = C_6 = z_0 = 0 \end{cases}$

وهي تمثل **المعادلات الزمنية لمتجهة الموضع** .

حالة الاحتكاكات المهملة :

بنفس الطريقة وفي نفس الشروط البدئية ، نجد :

$$\vec{a}_G\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = a_x = g\sin\alpha \\ \dfrac{dv_y}{dt} = a_y = 0 \\ \dfrac{dv_z}{dt} = a_z = 0 \end{cases} \text{ و } \vec{v}_G(t)\begin{cases} v_x = (g\sin\alpha)t \\ v_y = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \text{ و } \overrightarrow{OG}(t)\begin{cases} x = \dfrac{1}{2}(g\sin\alpha)t^2 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$