التمرين الأول

أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x+\sqrt[3]{x^2}}}$ ، $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+3}}{\sqrt[3]{x}-1}$

$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}-3}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt[4]{x-1}-\sqrt[3]{3-x}}{\sqrt[3]{x-1}-\sqrt{x-1}}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2\sqrt[5]{x+1}-\sqrt[5]{x}}{3\sqrt[3]{x-1}-\sqrt[3]{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-\sqrt{x-\sqrt{x}}-1}{(x-1)^2}$

التمرين الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-x-a}{|x+1|-1} & ; \quad x>0 \\ f(0)=c \\ f(x)=\dfrac{bx+1}{x-1} & ; \quad x<0 \end{cases}$$

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

2) حدد الأعداد a , b و c كي تكون الدالة f متصلة على D_f

التمرين الثالث

أدرس هل الدالة f تقبل تمديدا بالاتصال في النقطة x_0

أ) $f(x)=\dfrac{(1+x)^n-1-nx}{x^2}$ و $x_0=0$

ب) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-1}}{\tan\left(\dfrac{\pi x}{2}\right)}$ و $x_0=1$ على اليمين

التمرين الرابع

ليكن a عددا حقيقيا .

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=2x^2+a+1 & ; \quad x\le -a \\ f(x)=\dfrac{4x}{2x+1} & ; \quad x>-a \end{cases}$$

1) حدد D_f تبعا لقيم العدد a

2) نفترض أن $a<0$

أ- أدرس اتصال f على $]-\infty,-a[$ و $]-a,+\infty[$

ب- حدد قيمة العدد a كي تكون f متصلة على $\mathbb{R}$

(نعطي $(t-1)^2(t+2)=t^3-3t+2$)

التمرين الخامس

1) بين أن المعادلة $\cos x=\dfrac{2}{(x+1)^2}$ تقبل على الأقل حلا في $\mathbb{R}$

2) ليكن a عددا من $\mathbb{R}^{*+}$ و نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=x^4+x^2+ax-2$

أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا في المجال $[-1,1]$

ب) هل هذا الحل وحيد ؟

التمرين السادس

1) لتكن f و g دالتين متصلتين على المجال $[a,b]$ و بحيث $f(a)<g(a)$ و $f(b)>g(b)$.

بين أن $(\exists\alpha\in]a,b[)\quad f(\alpha)=g(\alpha)$

2) لتكن f دالة متصلة على المجال $[a,b]$

و بحيث $(\forall x\in[a,b])\quad f(x)\neq x$ بين أن :

المعادلة $f\circ f(x)=x$ لا تقبل حلا في $[a,b]$

التمرين السابع

ليكن n عدد طبيعي و بحيث $n\ge2$.

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=\sqrt[n]{\sqrt{x}-1}$

حدد D_f و بين أن f تقابل من D_f نحو مجال J يتم تحديده و أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J

التمرين الثامن

ليكن a عدد حقيقي من المجال $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$.

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\left]-a,\dfrac{\pi}{2}\right[$ بما يلي :

$$f(x)=\frac{\sin x}{\sin(x+a)}$$

1) أحسب النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to-a\\x>-a}}f(x)$

2) بين أن f تقابل من $\left]-a,\dfrac{\pi}{2}\right[$ نحو مجال J

3) عرف الدالة العكسية f^{-1}