تمرين رقم1

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x-\sqrt{x}}-\sqrt{x} \quad , \quad \lim_{x\to1}\frac{\sqrt[3]{2x-1}-1}{\sqrt{x}-1}$$

$$\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt[3]{2x+3}-\sqrt{2+x}}{x+1} \quad , \quad \lim_{x\to0}\frac{\sqrt[3]{\cos x}-\sqrt{\cos x}}{\sin^2 x}$$

$$\lim_{x\to4}\frac{x\sqrt{x}-\sqrt[3]{x+4}-6}{\sqrt{x}-2} \quad , \quad \lim_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^3+1}-\sqrt{x^2+1}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x+2}+x \quad , \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[4]{x+1}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x}-\sqrt[3]{x+1}}$$

$$\lim_{x\to1}\frac{x+\sqrt[3]{3x+5}-3}{\sqrt{x}-x} \quad , \quad \lim_{x\to+\infty}\cos x\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

$$\lim_{x\to-\infty}xE\left(\frac{1}{x}\right) \quad , \quad \lim_{\substack{x\to0\\x>0}}\sqrt{x}\,E\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+\sin x}{x+2} \quad , \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{xE(3x)+x-1}{x^2+1}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[5]{x}\sqrt[15]{x^2}}{3\sqrt[3]{x-1}-\sqrt[3]{x}} \quad , \quad \lim_{x\to+\infty}x\arctan\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\arctan\left(\frac{x\sqrt{3}}{\sqrt[3]{1-x^3}}\right) \quad , \quad \lim_{x\to-\infty}x\left(\arctan\left(\frac{x}{x+1}\right)-\frac{\pi}{4}\right)$$

تمرين رقم2

نعتبر الدالة f بحيث :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+x+b}{x^2-1} & x<1 \\ f(1)=a & \\ f(x)=\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-1} & x>1 \end{cases}$$

حدد العددين a , b كي تكون f متصلة في $x_0=1$

تمرين رقم3

1) أحسب النهايتين $\lim_{x\to+\infty}tE(t)$; $\lim_{x\to-\infty}tE(t)$

2) استنتج النهايتين $\lim_{x\to0^+}\dfrac{E\left(\frac{1}{x}\right)+x}{E\left(\frac{1}{x}\right)-x}$ و $\lim_{x\to0^-}\dfrac{E\left(\frac{1}{x}\right)+x}{E\left(\frac{1}{x}\right)-x}$

تمرين رقم3

ليكن n عدد من $\mathbb{N}^*-\{1\}$

أحسب $\lim_{x\to1}\dfrac{x+x^2+\ldots+x^n-n}{x-1}$

و $\lim_{x\to1}\dfrac{x+x^2+\ldots+x^n-n}{(2-x)^n-1}$

تمرين رقم4

أدرس إذا كانت f تقبل تمديد بالاتصال في النقطة x_0 في الحالات التالية :

1) $x_0=0$ و $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}{x}$

2) $x_0=\dfrac{\pi}{2}$ و $f(x)=\dfrac{x-\frac{\pi}{2}}{\sin(\cos x)}$

تمرين رقم5

1) بين أن $2\arctan\left(\frac{1}{5}\right)=\arctan\left(\frac{5}{12}\right)$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\arctan x+\arctan\left(x\sqrt{3}\right)=\dfrac{7\pi}{12}$

3) حل المعادلة : $\sqrt[3]{x-2}+\sqrt[3]{3-x}=2$

تمرين رقم6

لتكن f دالة متصلة على $[0,1]$ بين أن :

$$(\exists c\in]0,1[) \;/\; f(c)=\frac{1}{c}+\frac{1}{c-1}$$

تمرين رقم7

لتكن f دالة متصلة من $\mathbb{R}$ نحو المجال $]-\infty,1]$ و g دالة متصلة من $\mathbb{R}$ نحو المجال $[1,+\infty[$ و بحيث :

$(\exists(a,b)\in\mathbb{R}^{+2}) : a<b$ و $f(a)=a$ و $g(b)=b$

بين أن $(\exists c\in[a,b]) \;/\; f(c)g(c)=c$

تمرين رقم8

بين أن المعادلة $2\arctan x=\dfrac{\sqrt{3}-x}{x+1}$ تقبل على الأقل حلا في المجال $]0,\sqrt{3}[$

تمرين رقم9

لتكن f دالة معرفة بما يلي : $f(x)=\left(1-x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$

- حدد D_f و أحسب $\lim_{x\to0^+}\dfrac{f(x)-1}{x}$
- أدرس رتابة الدالة f
- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} وعرفها
- حل في D_f المعادلة $f(x)=f^{-1}(x)$

تمرين رقم 10

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$a\in\mathbb{R}^{+*} \text{ حيث } \begin{cases} f(x)=a-x-\sqrt{a^3-x^3} & x\le a \\ f(x)=2\arctan\dfrac{x-a}{x+a} & x>a \end{cases}$$

1- ادرس بعناية اتصال الدالة f على $\mathbb{R}$

2- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة $x_0=a$

3- أدرس رتابة الدالة f