تمرين رقم 1

أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{\sqrt{2x^2+1}-3\sqrt{x+3}}{x+2}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^3-\sqrt{x^3}}-x\sqrt{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-x\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[3]{x+1}-1}{\sqrt{x+1}-1}$ ، $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}-2}$

$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[3]{2x-1}-\sqrt{2-x}}{x-1}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\sqrt[3]{x+1}\sqrt{1-x}}{x}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{x+\sqrt{x}}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt[6]{x}-\sqrt{x}}$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt[3]{x^2+4}+x$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x-\sqrt[3]{x^2}}-\sqrt[3]{x+1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt[3]{x^3+1}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt[4]{x^2+2x}}{\sqrt{-x+1}}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^2}\left(\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x-1}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x+1}-\sqrt{x}}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}\sqrt[6]{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}x^2\arctan\dfrac{1}{x+1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}x\arctan\dfrac{2x}{x^2+1}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\arctan x-\dfrac{\pi}{2}\right)$

$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\arctan x-\dfrac{\pi}{4}}{x-1}$ ، $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x\arctan x-\dfrac{\pi}{4}}{x-1}$

تمرين رقم 2

لتكن f دالة متصلة من $[a,b]$ نحو $[a,b]$ وبحيث $f(a)<0$

بين أن: $(\exists\alpha\in]a,b[):f(\alpha)=\dfrac{a-\alpha}{b-\alpha}$

تمرين رقم 3

لتكن f دالة متصلة على $[0,1]$ وبحيث $f(0)=f(1)$

بين أن: $\left(\exists a\in\left[0,\dfrac{1}{2}\right]\right):f(a)=f\left(a+\dfrac{1}{2}\right)$

تمرين رقم 4

لتكن f دالة متصلة على $[0,1]$ وبحيث $f(0)\neq f(1)$

P وq من $\mathbb{R}^+$ بين أن:

$(\exists x_0\in]0,1[):pf(0)+qf(1)=(p+q)f(x_0)$

تمرين رقم 5

لتكن f دالة موجبة متصلة على $\mathbb{R}^+$ و بحيث :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a<1$ **بين أن :** $(\exists\alpha\in\mathbb{R}^+)\quad f(\alpha)=\alpha$

تمرين رقم 6

لتكن f دالة متصلة على $[a,b]$ $x_1,x_2,\dots x_n$ عنصر من المجال $[a,b]$ بين أن:

$(\exists\alpha\in[a,b]):f(\alpha)=\dfrac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n}f(x_k)$

تمرين رقم 7

1) **أحسب** $\cos(\arctan x)$ **و** $\sin(\arctan x)$ **بدالة** x

2) **بين أن** $2\arctan\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)+\arctan x=\dfrac{\pi}{2}$

3) **بين أن** $\arctan\dfrac{1}{2}+\arctan\dfrac{1}{3}=\dfrac{\pi}{4}$

4) **أ- بين أن** $\arctan\dfrac{1}{2}+\arctan\dfrac{1}{5}+\arctan\dfrac{1}{8}=\dfrac{\pi}{4}$

ب- استنتج قيمة $d=\arctan2+\arctan5+arctan8$

تمرين رقم 8

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

أ- $\arctan x+\arctan2x=\dfrac{\pi}{4}$

ب- $\sqrt[3]{3+x}+\sqrt[3]{3-x}=\sqrt[6]{9-x^2}$

ج- $\dfrac{\sqrt{x+2}}{x}+\dfrac{\sqrt{x+2}}{2}=\sqrt{x}$

تمرين رقم 9

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases}f(x)=\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\sqrt[3]{x-1}}{1+\sqrt[3]{x-1}} & x\geq1\\ f(x)=\arctan\dfrac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} & x<1\end{cases}$$

1- **بين أن** $D_f=\mathbb{R}^+$

2- **أحسب** $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

3- **أدرس اتصال f عند النقطة** 0

4- **أدرس اتصال f على المجال** $]0,1[$

5- **ليكن g قصور الدالة f على المجال** $[1,+\infty[$

أ- بين أن $\forall x\geq1\quad g(x)=\dfrac{\pi}{2}+h\left(\sqrt[3]{x-1}\right)$

حيث أن $h(x)=\dfrac{x}{x+1}$ **واستنتج أن g تزايدية**

ب- بين أن g تقابل من $[1,+\infty[$ **نحو مجال J**

حدد $g^{-1}(x)$ **لكل x من J**

ذ: المانتي