

سلسلة 1	الحسابيات	السنة 2 بكالوريا علوم رياضية
<p><b>تمرين 1:</b> <math>a</math> و <math>b</math> عددان صحيحان طبيعيان غير منعدمان</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ حدد باقي القسمة الإقليدية لـ <math>145^{2015}</math> على 12</li> <li>▪ حدد باقي القسمة الإقليدية لـ <math>247^{2015}</math> على 7</li> <li>▪ حدد باقي القسمة الإقليدية لـ <math>2015^{2016}</math> على 11</li> <li>▪ بين أن: <math>\forall n \in \mathbb{N} \quad 7/3^{2n} + 3 \times 2^{2n+1}</math></li> <li>▪ بين أن: <math>\forall n \in \mathbb{N} \quad (n-1)^2 / n^{n-1} - 1</math></li> </ul>		
<p><b>تمرين 2:</b> <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> عددان صحيحان طبيعيان غير منعدمان</p> <p>1) بين أن: <math>(7a+3) \wedge (9a+4) = 1</math></p> <p>2) بين أن: <math>(9a+4b) \wedge (2a+b) = a \wedge b</math></p> <p>3) مستعملا مبرهنة «Bezout» برهن أن: <math>\begin{cases} a \wedge b = 1 \\ a \wedge c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a \wedge (bc) = 1</math></p> <p>أ) بين أن: <math>a \wedge b = 1 \Rightarrow (a+b) \wedge ab = 1</math></p> <p>ب) بين أن: <math>a \wedge b = 1 \Rightarrow (a^3 - b^3) \wedge (a^2 - b^2) = a - b</math></p> <p>ج) بين أن: <math>(a^2 + b^2) \wedge ab = (a \wedge b)^2</math></p> <p>4) مستعملا مبرهنة «Bezout» برهن أن: <math>a \wedge b = 1 \Rightarrow a^2 \wedge b^2 = 1</math></p> <p>أ) بين أن: <math>a^2 / b^2 \Rightarrow a / b</math></p> <p>ب) بين أن: <math>a^2 \wedge b^2 = (a \wedge b)^2</math></p> <p>ج) بين أن: <math>\sqrt{5} \in \mathbb{Q}</math></p> <p>5) بين بالترجع أن: <math>a \wedge b = 1 \Rightarrow (\forall n \in \mathbb{N} \quad a \wedge b^n = 1)</math></p> <p>أ) استنتج أن: <math>(\forall (n, m) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \quad a^n \wedge b^m = 1)</math></p> <p>ب) بين أن: <math>\log_{10}(2) \in \mathbb{Q}</math></p>		
<p><b>تمرين 3:</b> حل في <math>Z^2</math> المعادلات التالية:</p>		
$17x + 11y = 1$	$3x - 2y = 1$	$10x = 14y$
$15x + 6y = 11$	$10x - 2y = 6$	$5x - 3y = 7$
<p><b>تمرين 4:</b> <math>a</math> و <math>b</math> عددان صحيحان طبيعيان غير منعدمان .</p> <p>1) بين أن: <math>(a+b) \wedge ab = 1 \Leftrightarrow a \wedge b = 1</math></p> <p>2) استنتج أنه لكل <math>x</math> و <math>y</math> من <math>\mathbb{N}^*</math>: <math>(x+y) \wedge (x \vee y) = x \wedge y</math></p> <p>3) حل في <math>\mathbb{N} \times \mathbb{N}</math> النظام: <math>\begin{cases} x + y = 276 \\ x \vee y = 1440 \\ x &lt; y \end{cases}</math></p>		