

احسب $g(0)$.

1- لتكن h الدالة العددية المعرفة كما يلي :

$$\forall t \in [0, +\infty[: h(t) = e^{\sqrt{t}} - \sqrt{t}$$

1- ليكن $x \in]0, +\infty[$. باستعمال مبرهنة التزايد المتناهية،

بين انه يوجد عدد حقيقي c من المجال $]0, x^2[$ بحيث :

$$\frac{e^x - 1 - x}{x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{e^{\sqrt{c}} - 1}{\sqrt{c}} \right)$$

2- استنتج ان الدالة f قابلة للاشتقاق على يمين 0 واحسب

$$f'_d(0)$$

التمرين الثالث (5 ن)

لكل $n \in \mathbb{N}$ ، نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على المجال

$$]0, +\infty[\text{ بما يلي : } f_n(x) = nx + \ln(x)$$

1- بين ان المعادلة $f_n(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا x_n في \mathbb{R}

$$\text{وأن } x_n \in]0, 1[$$

2- بين ان $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية متقاربة

$$\text{نضع : } \lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = \ell$$

3- بين ان $\ell \in]0, 1[$

و استنتج ان $\ell = 0$

3- بين انه اذا كان $n \geq 3$ ، ليكن $x_n > \frac{1}{n}$

4- ادرس إشارة $x - \ln(x)$ ، واستنتج ان $x_n < \frac{1}{\sqrt{n}}$

التمرين الأول : (5,5 ان)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$f(x) = -x + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{1-x} \right|$$

ليكن (\mathcal{C}_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى P المنسوب إلى معلم

متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

I- حدد \mathcal{C}_f حيز تعريف الدالة f .

2- بين ان الدالة f فردية.

3- احسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + x : \Omega ; \lim_{x \rightarrow 1} f(x) : \Omega$$

اعط تاويلا هندسيا للتبديلتين المحصل عليهما.

II- ادرس تغيرات f ، واعط جدول التغيرات.

2- بين ان $\forall x > 0 : \ln(1+x) - x < 0$

3- بين ان المنحنى (\mathcal{C}_f) يقطع محور الأضلاع في نقطة Ω

افصولها x_0 بحيث : $1, 1 < x_0 < \sqrt{2}$. (نكر ان $e < 3$)

3- ادرس تفر المنحنى (\mathcal{C}_f) .

4- انشئ المنحنى (\mathcal{C}_f) .

III- نضع لكل $n \in \mathbb{N}^*$: $u_n = \frac{n!e^n}{n^{n+\frac{1}{2}}}$ و $v_n = \ln \left(\frac{u_n}{u_{n+1}} \right)$

$$\text{بين ان : } \forall n \in \mathbb{N}^* : v_n = \frac{f(x_n)}{x_n}$$

$$\text{حيث : } x_n = \frac{1}{2n+1}$$

4- استنتج رتبة المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

5- بين ان المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة.

التمرين الثاني : (5,5 ان)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي :

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} e^{\frac{kx}{n}}$$

1- احسب $f(0)$ 0,5

2- بين ان $\forall x \in \mathbb{R}^* : f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$ 1

3- لكل $x \in \mathbb{R}$ ، نضع : $g(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=0}^{n-1} k e^{\frac{kx}{n}}$ 1