

تمرين 2 :

نعتبر المجموعة

$$E = \left\{ M(a,b) = \begin{pmatrix} a & +b \\ -b & a-b \end{pmatrix} / (a,b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

1 - بيت أن $(E,+)$ زمرة تبادلية

2 - لحسب : $M(a,b)M(c,d)$ ماذا نتنتج ؟

3 - أ - بيت أن : $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2$

$$a^2 - ab + b^2 = 0 \iff a = 0 \text{ و } b = 0$$

ب- استنتج أن :

(4) ليكن Z عدد عقدي بحيث $Z \notin \mathbb{R}$ تبادلية $(E^* = E - \{(0,0)\})$

نعتبر التطبيق التالي

$$f : E \longrightarrow \mathbb{C}$$

$$M(a,b) \longmapsto a + bZ$$

أ - بيت أن f تشاكل من $(E,+)$ نحو $(\mathbb{C},+)$

ب - بيت أن f تقابل من E نحو \mathbb{C}

ج - حدد Z لكي يكون f تشاكل من

$$(E, \times) \text{ نحو } (\mathbb{C}, \times)$$

تمرين 1 :

نعتبر الدالة g_n المعرّفة بجائلي

$$\forall x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^* \quad g_n(x) = n(x+1) + e^x$$

1 - أعط جدول تغيرات g_n

2 - أ - بيت أن المعادلة $g_n(x) = 0$ تقبل حلًا واحدًا

ب - أثبت أن : $\forall \alpha_n < -1$ في \mathbb{R}

ج - استنتج إشارة $g_n(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

د - لتكن f_n دالة معرفة على \mathbb{R} بجائلي

$$f_n(x) = \frac{x e^x}{n + e^x}, \quad n \in \mathbb{N}^*$$

1 - لحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'_n(x)$

2 - أدرم الفروع اللاهائية لـ f'_n

3 - بيت أن : $f'_n(x) = \frac{g_n(x) \cdot e^x}{(n + e^x)^2}$

4 - تحقّق أن $f_n(\alpha_n) = 1 + \alpha_n$

5 - أعط جدول تغيرات f_n

6 - حدد الوضع النسبي لـ f_n و f_m و f_l لـ $y = x$

7 - أفسّ f_n و f_m (تأخذ 1.4 و 1.2 و 1.1)