

## التمرين الأول

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{a}{\sqrt{x-1}} ; \quad x \geq 4 \\ f(x) = \frac{x+b}{x-5} ; \quad x < 4 \end{array} \right.$$

لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

(1) حدد العلاقة بين  $a$  و  $b$  كي تكون الدالة  $f$  متصلة على  $\mathbb{R}$

(2) حدد العددين  $a$  و  $b$  كي تكون الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$

## التمرين الثاني

لتكن  $f$  دالة معرفة على المجال  $I = \left[ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right]$  بما يلي :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{1}{\tan x} ; \quad x \neq \frac{\pi}{2} \\ f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{array} \right.$$

(1) بين أن  $f$  قابلة للاشتقاق على  $\left[ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right]$

(2) بين أن  $(\forall x \in I) \quad -2 \leq f'(x) \leq -1$

(3) استنتج أن  $(\forall x \in \left[ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right]) \quad \frac{\pi}{2} - 2x \leq \frac{1 - \tan x}{\tan x} \leq \frac{\pi}{4} - x$

## التمرين الثالث

ليكن  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  ونعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $I = \left] -1, \frac{\pi}{2} \right[$  بما يلي :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \sqrt[n]{x+1} - \frac{1}{\sqrt[n]{x+1}} ; \quad x \in \left] -1, 0 \right[ \\ f(x) = -1 + \frac{1}{\cos^n x} ; \quad x \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[ \end{array} \right.$$

(1) أ) بين ان الدالة  $f$  متصلة على  $I$

ب) أدرس منحى تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $I$

(2) أ) بين ان الدالة  $f$  تقابل من المجال  $I$  نحو مجال  $J$  يتم تحديده

$$\left\{ \begin{array}{l} f^{-1}(x) = \left( \frac{x + \sqrt{x^2 + 4}}{2} \right)^n - 1 ; \quad x \in \left] -\infty, 0 \right[ \\ f^{-1}(x) = \arctan \left( \sqrt{(x+1)^{\frac{2}{n}} - 1} \right) ; \quad x \in \left] 0, +\infty \right[ \end{array} \right.$$

ب) بين أن

## التمرين الرابع

لتكن  $f$  دالة قابلة للاشتقاق مرتين على مجال  $[a, b]$ .

$$\text{نضع } g(x) = \frac{f(a) + f(x)}{2} - f\left(\frac{a+x}{2}\right) - \frac{(x-a)^2}{8} K \text{ بحيث } g(b) = 0$$

(1) أ) بين أن  $(\exists d \in ]a, b[) \quad g'(d) = 0$

ب) تحقق أن :  $f'(d) - f'\left(\frac{d+a}{2}\right) = \frac{K}{2}(d-a)$

(2) استنتج أن :

$$(\exists c \in ]a, b[) \quad \frac{f(a) + f(b)}{2} = f\left(\frac{a+b}{2}\right) + \frac{(b-a)^2}{8} f''(c)$$

manti.l.s.fr

الله ولي التوفيق