

فرض تجريبي من اقتراح أذ سمير لخريسي - مدة الانجاز ساعتان

تمرين 1 :

1) نعتبر الدالة العددية المعرفة ب: $g(x) = e^x + e^{-x} - 2$ بين أن g تناقصية على $]-\infty; 0]$ 2) بتطبيق مبرهنة التزايدات المنتهية على الدالة $h(t) = e^t - e^{-t} - 2t$ برهن أن:

$$\forall x < 0; \quad \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x} \leq \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x^2} \leq 0 \quad (\text{استعمل المجال }]x, 0])$$

3) استنتج حساب النهاية: $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x^2}$ 4) أدرس رتبة الدالة $p(x) = x(e^x + e^{-x}) - e^x + e^{-x}$ على $]-\infty; 0]$ ثم استنتج إشارتها على هذا المجال.

$$\begin{cases} f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x} - 2 ; x < 0 \\ f(x) = x^2 \left(\ln(x) - \frac{1}{2} \right) ; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) بين أن f متصلة في الصفر2) بين أن f قابلة للاشتقاق في الصفر وأول النتيجة هندسيا.3) أدرس الفروع اللانهائية جوار $+\infty$ و $-\infty$ 4) احسب $f'(x)$ لكل $x \neq 0$ 5) ضع جدول تغيرات الدالة f على IR 6) حدد نقط تقاطع (Cf) منحنى الدالة f مع محور الأفاصيل.7) أنشئ المنحنى (Cf) في معلم متعامد منظم.

تمرين 2 :

لكل عدد صحيح طبيعي $n \geq 3$ نعتبر الدالة f_n المعرفة بما يلي: $f_n(x) = \frac{e^x}{x} - n$ 1) أحسب نهايات f_n عند محداث مجموعة تعريفها2) ضع جدول تغيرات الدالة f_n 3) بين أن المعادلة $f_n(x) = 0$ تقبل حلين وحيدين u_n و v_n حيث: $u_n < v_n$ 4) تحقق أن: $f_{n+1}(u_n) = f_{n+1}(v_n) = -1$ 5) بين أن u_n تناقصية و v_n تزايدية6) بين أن u_n متقاربة وحدد نهايتها.7) بين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$