التمرين الأول

حل في $\mathbb{R}$ ما يلي : 1) $\ln(x+2)+\ln(x+3)=\ln 6$ 2) $2\ln(2x-1)-3\ln(1-x)=0$

3) $\ln x+\ln(x+2)=\ln(x^2-2x+2)$ 4) $\ln(x-2)\le 0$ 5) $\ln(x-2)+\ln\left(\frac{1}{x+1}\right)\ge 0$

6) $\ln(\ln(x))<0$ 7) $\ln|2x+1|\ge 1$

التمرين الثاني

حدد مجموعة تعريف الدالة f في الحالات التالية :

1) $f(x)=\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ 2) $f(x)=\frac{\ln x}{1-\ln^2 x}$ 3) $f(x)=\sqrt{\ln(x+1)}$

4) $f(x)=\sqrt{1+\ln x}$ 5) $f(x)=\ln(\ln(x))$

التمرين الثالث

أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\sqrt[n]{x}\ln x$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}x(\ln x)^n$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{\sqrt[n]{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^n}{x}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}-\ln x$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}2\ln x-\ln(x+1)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+1)}{\ln x}$

التمرين الرابع

معتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\frac{x+1}{x}+\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

1) حدد D_f و أحسب نهايات f عند محدات D_f

2) أحسب المشتقة $f'(x)$ و أدرس تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها

3) أنسم المنحنى C_f

التمرين الخامس

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^{+*}$ بما يلي : $g(x)=\ln(x+1)-\ln x-\frac{1}{x+1}$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}g(x)$

2) أحسب $g'(x)$ و أنجز جدول التغيرات

3) استنتج إشارة $g(x)$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=x\left(\ln(x+1)-\ln x\right) & ; \ x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

1) أ- بين أن f متصلة على يمين $x_0=0$

ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين $x_0=0$

2) أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

3) أحسب المشتقة $f'(x)$ و أدرس تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها

4) أ- حل المتراجحة $f(x)\ge x$ ب- أنسم المنحنى C_f

(III) لتكن $(U_n)_n$ متتالية بحيث $U_0\in\left]0,\frac{1}{e-1}\right[$

1) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 0<U_n<\frac{1}{e-1}$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$ و استنتج أنها متقاربة ثم أحسب نهايتها