

(2) استنتج العلاقة التي تربط الدالتين f ; g

التمرين السادس

$$f(x) = \arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$$

أ- حدد D_f و احسب نهايات الدالة f

ب- أحسب الدالة $f'(x)$ استنتج تبسيط $f(x)$

التمرين السابع

لتكن f دالة متصلة على $[0,1]$ ،

$$\forall x \in]0,1[\quad f(x) \neq 0$$

وقابلة للاشتقاق على $]0,1[$ و بحيث : $f(1) = 0$

$$\text{بين أن : } \exists c \in]0,1[\quad \frac{f'(c)}{f(c)} = \frac{-2}{c}$$

التمرين الثامن

لتكن f دالة عددية قابلة للاشتقاق مرتين على $[a,b]$

و بحيث يوجد ثلاث أعداد x_1 ; x_2 ; x_3 من $[a,b]$

$$\text{مع } f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

بين أن : $(\exists \alpha \in]a,b[) \quad f''(\alpha) = 0$

التمرين التاسع

f و g دالتان متصلتان على $[a,b]$ و قابلتين للاشتقاق

على المجال $]a,b[$ و بحيث $g'(x) \neq 0$ / $\forall x \in]a,b[$

(1) بين أن $g(a) \neq g(b)$

(2) نعتبر الدالة φ المعرفة على $[a,b]$ كما يلي :

$$K \in \mathbb{R} \quad \varphi(x) = f(x) - f(a) - K(g(x) - g(a))$$

أ- حدد العدد K كي يكون $\varphi(b) = 0$

ب- استنتج أن : $\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$ / $\exists c \in]a,b[$

$$(3) \text{ تطبيق : أحسب } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arctan x - x}{x^3} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sin x}{x^3}$$

التمرين العاشر

لتكن f و g دالين متصلتين على $[a,b]$ و قابلتين

للاشتقاق على المجال $]a,b[$ و بحيث :

$$(\forall x \in]a,b[) \quad |f'(x)| \leq g'(x)$$

نضع : $h(x) = f(x) - g(x)$ و $k(x) = f(x) + g(x)$

(1) أدرس رتبة كل من الدالتين h ; k

(2) استنتج أن : $|f(b) - f(a)| \leq g(b) - g(a)$

$$\text{تطبيق : بين أن } \arctan \frac{1}{2} - \arctan \frac{1}{8} \leq \frac{3}{8}$$

خزنة الامتحان

التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2 \sin x - \sin 2x}{x^2} & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة $x_0 = 0$

التمرين الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{x|x-1| + 2}{x+1}$$

أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة $x_0 = 1$

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{a} E\left(\frac{b}{x}\right) & ; \quad x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

حيث $a \neq 0$ و $b \neq 0$

$$(1) \text{ بين أن } (\forall x \in \mathbb{R}^*) \quad \left| \frac{f(x)}{x} - \frac{b}{a} \right| \leq \left| \frac{x}{a} \right|$$

(2) استنتج أن f قابلة للاشتقاق في النقطة $x_0 = 0$

التمرين الرابع

(1) باستعمال قابلية الاشتقاق أحسب النهايتين التاليتين :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2-x)^n - (2+x)^n}{x} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{3x - \pi \sin x}{6x - \pi}$$

(2) لتكن f دالة قابلة للاشتقاق في نقطة a أحسب النهايتين

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h) - f(a-2h)}{h}$$

$$\text{و} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2f(a-h) + f(a+h) - 3f(a)}{h}$$

(3) لتكن f دالة قابلة للاشتقاق في النقطة 2

$$\text{و بحيث } f(2) = -2 ; \quad f'(2) = 1$$

$$\text{أحسب النهاية } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2\sqrt{4x+1} + 3f(x)}{x-2}$$

$$(4) \text{ لتكن } f \text{ الدالة العددية المعرفة بما يلي : } f(x) = \frac{x^2 + a}{bx + 1}$$

حدد العددين a , b كي يقبل منحنى الدالة f من النقطة $I(0,2)$

$$\text{مماسا يوازي } \Delta) 2x + y - 1 = 0$$

التمرين الخامس

نعتبر الدالتين f ; g بحيث :

$$f(x) = \arctan \frac{x}{x+2} - \arctan \frac{x-2}{x}$$

$$g(x) = \arctan \frac{2}{x^2}$$

(1) حدد D_f و D_g ثم أحسب $f'(x)$; $g'(x)$