تمارين تطبيقية مصاحبة للدرس 6 مع حلولها

تمرين 1

أحسب النهايات التالية :

① $\lim\limits_{x\to(-1)}(4x^3-2x+5)$

② $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x+3}$

③ $\lim\limits_{x\to-\infty}(4x^3-5x^2+x+13)$

④ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{8x-x^3}{x+1}$

⑤ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+3}{x^2+5}$

⑥ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{13x^3-x}{-x^3+7}$

تمرين 2

أحسب النهايات التالية :

① $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{x^2-1}$

② $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^2-4}{x+2}$

③ $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-6x+9}{x-3}$

④ $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+2x-1}{x^2-1}$

حل التمرين 1

لنحسب النهايات التالية :

① $\lim\limits_{x\to(-1)}(4x^3-2x+5)=4(-1)^3-2(-1)+5$

$=-4+2+5=3$

② $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x+3}=\dfrac{2^3-8}{2+5}=\dfrac{0}{7}=0$

③ $\lim\limits_{x\to-\infty}(4x^3-5x^2+x+13)=\lim\limits_{x\to-\infty}4x^3$

$=-\infty$

④ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{8x-x^3}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-x^3}{x}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}-x^2=-\infty$

⑤ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+3}{x^2+5}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x^2}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}=0$

⑥ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{13x^3-x}{-x^3+7}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{13x^3}{-x^3}$

$=-13$

حل التمرين 2

لنحسب النهايات التالية :

① $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{(x-1)(x+1)}$

$=\dfrac{1}{1+1}=\dfrac{1}{2}$

② $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^2-4}{x+2}=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{(x+2)(x-2)}{x+2}$

$=\lim\limits_{x\to-2}(x-2)=-2-2$

$=-4$

③ $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-6x+9}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x-3)^2}{x-3}$

$=\lim\limits_{x\to 3}(x-3)$

$=3-3$

$=0$

④ $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+2x-1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+1)(3x-1)}{x+1}$

$=\lim\limits_{x\to-1}(3x-1)$

$=3(-1)-1$

$=-4$

تمرين 3

أحسب النهايات التالية :

① $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-1}{x-1}$

② $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{8x+3}{x+1}$

③ $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{4x+3}{2-x}$

④ $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{1-x}{3-x}$

حل التمرين 3

لنحسب النهايات التالية :

① $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-1}{x-1}$

لدينا : $\lim\limits_{x\to 1^+}(2x-1)=2(1)-1=1$

$\lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)=0^+$

لأن جدول إشارة $(x-1)$ هو :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	-	0	+

ومنه : $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-1}{x-1}=+\infty$

② $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{8x+3}{x+1}$

لدينا : $\lim\limits_{x\to(-1)^-}8x+3=-8+3=-5$

$\lim\limits_{x\to(-1)^-}(x+1-=0^-$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	-	0	+

ومنه : $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{8x+3}{x+1}=+\infty$

لدينا :

③ $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{4x+3}{2-x}$

$\lim\limits_{x\to 2^+}(4x+3)=11$

$\lim\limits_{x\to 2^+}(2-x)=0^-$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	+	0	-

ومنه : $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{4x+3}{2-x}=-\infty$

لدينا :

④ $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{1-x}{3-x}$

$\lim\limits_{x\to 3^+}(1-x)=1-3=-2$

$\lim\limits_{x\to 3^+}(3-x)=0^-$

ومنه : $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{1-x}{3-x}=+\infty$

تمرين 4

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+5}$

1 – حدد Df مجموعة تعريف f.

2 – أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

$\lim\limits_{x\to(-5)^+}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to(-5)^-}f(x)$

حل التمرين 4

1 – لنحدد Df .

$Df=\{x\in IR/x+5\neq 0\}=IR-\{-5\}$

2 –

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{x}=2$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x}=2$

$\lim\limits_{x\to(-5)^+}f(x)=\lim\limits_{x\to(-5)^+}\dfrac{2x-1}{x+5}=\dfrac{-11}{0^+}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to(-5)^-}f(x)=\lim\limits_{x\to(-5)^-}\dfrac{2x-1}{x+5}=\dfrac{-11}{0^-}=+\infty$