المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين جهة الرباط سلا زمور زعير نيابة سلا	تصحيح الامتحان الجهوي الموحد للسنة الأولى من سلك الباكالوريا شعبة الآداب و العلوم الإنسانية دورة يونيـــــو 2007	المادة	الرياضيات
		المعامل	1
		مدة الانجاز	ساعة و نصف
		الصفحة	$1/6$

التمرين الأول

1 - حل في $IRxIR$ النظمة : $\begin{cases} 4x+y=-5 \\ -7x+2y=3 \end{cases}$

2 - حل في IR المعادلة : $2x^2+5x-3=0$

الجـــواب :

1 - لنحل في $IRxIR$ النظمة : $\begin{cases} 4x+y=-5 \\ -7x+2y=3 \end{cases}$

نحدد محددة النظمة : $D=\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -7 & 2 \end{vmatrix}=4\times 2-1\times(-7)=8+7=15\neq 0$

وبالتالي فإن للنظمة حل وحيد في IR^2 هو الزوج (x,y) حيث :

$$D_x=\begin{vmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}=(-5)\times 2-1\times 3=-10-3=-13$$

$$D_y=\begin{vmatrix} 4 & -5 \\ -7 & 3 \end{vmatrix}=4\times 3-5\times(-7)=12-35=-23$$

إذن : $x=\frac{D_x}{D}=\frac{-13}{15}$ و $y=\frac{D_y}{D}=\frac{-23}{15}$

$$S=\left\{\left(\frac{-13}{15},\frac{-23}{15}\right)\right\}$$

2 - لنحل في IR المعادلة : $2x^2+5x-3=0$

لنحدد مميز المعادلة : $\Delta=b^2-4ac=5^2-4\times 2\times(-3)=25+8\times 3$

$$\Delta=25+24=49>0$$

إذن للمعادلة حلين مختلفين في IR هما :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5-\sqrt{49}}{2\times 2}=\frac{-5-7}{4}=\frac{-12}{4}=-3$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5+\sqrt{49}}{2\times 2}=\frac{-5+7}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

و بالتالي : $S = \left\{-3; \frac{1}{2}\right\}$

التمرين الثاني

لتكن (U_n) متتالية حسابية أساسها $r = -4$ و حدها الأول : $U_0 = 5$

1 احسب : U_1 و U_2

2 -عبر عن U_n بدلالة n ثم بين إن : $U_{13} = -47$

3 -احسب المجموع : $S = U_0 + U_1 + \cdots + U_{13}$

الجـــواب:

1 - لنحسب : U_1 و U_2

لنحسب : U_1 : $U_1 = U_0 + r = 5 - 4 = 1$

لنحسب : U_2 : $U_2 = U_1 + r = 1 - 4 = -3$

2 - لنعبر عن U_n بدلالة n ثم بين إن : $U_{13} = -47$

لنعبر عن U_n بدلالة n

الحد العام لمتتالية حسابية يكتب على شكل : $U_n = U_p + (n - p) \times r$

p هو مدل الحد الأول يعني $p = 0$

$$U_n = U_0 + (n - 0) \times r$$

$$U_n = 5 + n \times (-4) = 5 - 4n$$

لنبين إن : $U_{13} = -47$

لدينا : $U_n = 5 - 4n$ إذن : $U_{13} = 5 - 4 \times 13 = 5 - 52$

وبالتالي : $U_{13} = -47$

3 - لنحسب المجموع : $S = U_0 + U_1 + \cdots + U_{13}$

نلاحظ أن S هو مجموع حدود متتابعة لمتتالية حسابية إذن : $S = (n - p + 1) \times \frac{U_p + U_n}{2}$

$$S = (13 - 0 + 1) \times \frac{U_0 + U_{13}}{2} = 14 \times \frac{5 - 47}{2} = 14 \times (-21) = -294$$

التمرين الثالــث

يحتوي كيس على ثلاث كرات خضراء و سبع كرات حمراء

نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس.

1 - احسب عدد السحبات الممكنة

2 - احسب عدد إمكانيات سحب كرتين لونهما أحمر

3 - احسب عدد إمكانيات سحب كرتين لهما نفس اللون

الجـــواب:

1 - لنحسب عدد السحبات الممكنة

نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من كيس يحتوي على ثلاث كرات خضراء و سبع كرات حمراء

عدد السحبات الممكنة هو : $C_{10}^{2} = \frac{10!}{2!\times 8!} = \frac{10\times 9\times 8!}{2\times 8!} = \frac{90}{2} = 45$

2 - لنحسب عدد إمكانيات سحب كرتين لونهما أحمر

عدد الإمكانيات هو تأليفة لعنصرين من بين سبعة : $C_{7}^{2} = \frac{7!}{2!\times 5!} = \frac{7\times 6\times 5!}{2\times 5!} = \frac{42}{2} = 21$

3 - لنحسب عدد إمكانيات سحب كرتين لهما نفس اللون

عدد الإمكانيات هو تأليفة لعنصرين من بين سبعة أو عنصرين من بين ثلاثة :

$$C_{7}^{2} + C_{3}^{2} = 21 + 3 = 24$$

التمرين الثالــث

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

(C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

1 - حدد D مجموعة تعريف الدالة f

2 - احسب : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

3 - بين أن : $f'(x) = (3x-1)(x+1)$ لكل x من D

4 - ادرس إشارة $f'(x)$ و أعط جدول تغيرات الدالة f

5 - بين أن لكل x من D لدينا : $f(x) = (x+1)^2(x-1)$

6 - حدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري المعلم

7 - أنشئ المنحنى (C)

الجـــواب:

1 - $D = IR$ لأن f دالة حدودية

2 - لنحسب: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

لدينا : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$

لدينا : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$

3 - لدينا: $f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$ لكل x من IR

اذن: $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$ لكل x من IR

لنبين أن: $f'(x) = (3x-1)(x+1)$ لكل x من IR

لدينا: $(3x-1)(x+1) = 3x \times x + 3x \times 1 - 1 \times x - 1 \times 1$

$= 3x^2 + 3x - x - 1 = 3x^2 + 2x - 1$

وبالتالي: $f'(x) = (3x-1)(x+1)$ من IR

4 - لدينا: $f'(x) = (3x-1)(x+1)$

$f'(x) = 0$ تكافئ: $(3x-1)(x+1) = 0$

إذن: $(3x-1) = 0$ أو $(x+1) = 0$

يعني أن: $3x = 1$ أو $x = -1$

و بالتالي: $x = \frac{1}{3}$ أو $x = -1$

جدول إشارة الدالة f'

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$3x-1$	-		-		0	+	
$x+1$	-	0	+			+	
$f'(x)$	+	0	-	0		+	

جدول تغيرات الدالة f'

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		0		$\frac{-32}{27}$	

$$f\left(\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{1}{3}\right)^3+\left(\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{3}-1=\frac{1}{27}+\frac{1}{9}-\frac{1}{3}-1=\frac{1+3-9-27}{27}=\frac{-32}{27}$$

5 - لنبين أن لكل x من IR لدينا : $f(x)=(x+1)^2(x-1)$

أن لكل x من IR لدينا : $(x+1)^2(x-1)=(x^2+2x+1)(x-1)$

$$=x^2\times x-1\times x^2+2x\times x-1\times 2x+1\times x-1\times 1$$

$$=x^3-x^2+2x^2-2x+x-1$$

$$=x^3+x^2-x-1=f(x)$$

وبالتالي : لكل x من IR لدينا : $f(x)=(x+1)^2(x-1)$

6 - لنحدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري المعلم :

- نقط تقاطع المنحنى (C) مع محور الأراتيب :

لتحديد نقط تقاطع المنحنى (C) مع محور الأراتيب نحسب دائما : $f(0)$

$$f(\mathbf{0})=0^3+0^2-0-1=\mathbf{-1}$$

اذن (C) يقطع محور الأراتيب في النقطة : $A(0,-1)$

- نقط تقاطع المنحنى (C) مع محور الأفاصيل :

لتحديد نقط تقاطع المنحنى (C) مع محور الأفاصيل نحل دائما المعادلة : $f(x)=0$

لدينا : $f(x)=0$ تكافئ (حسب جواب السؤال 5) $(x+1)^2(x-1)=0$

و هذا يعني أن : $(x-1)=0$ أو $(x+1)^2=0$

اذن $x-1=0$ أو $x+1=0$

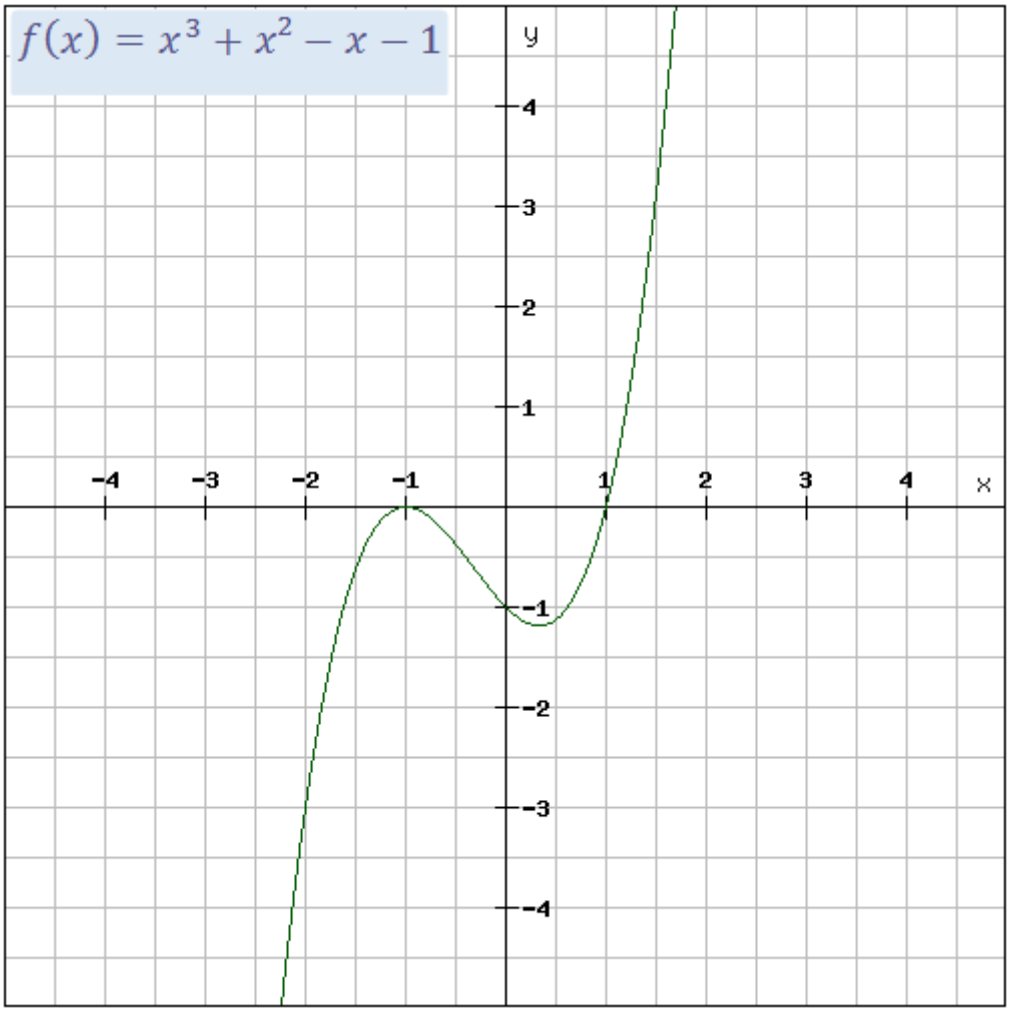
وبالتالي: : $x = 1$ أو $x = -1$

اذن (C) يقطع محور الأفاصيل في النقطتين : $B(1,0)$ و $C(-1,0)$

7 - أنشئ المنحنى (C)

جدول بعض قيم الدالة f

المنحنى



من إنجاز : ذ فؤاد نفيس