سلسلة 4: في درس المتتاليات العددية

السنة الأولى من سلك الباكالوريا مسلك الآداب والعلوم الانسانية

أكاديمية الجهة الشرقية

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين1: لاحظ ثم أتمم بأربعة أعداد ملائمة لتسلسل كل متتالية من المتتاليات التالية :

1) 0 , 2 , 4 , 6 , 8 , 10 , ...

2) 6 , 3 , 0 , -3 , -6 , -9 , -12 , ...

3) 1 , 3 , 9 , 27 , 81 , 243 , ...

4) $1 , \frac{1}{2} , \frac{1}{4} , \frac{1}{8} , \frac{1}{16} , \frac{1}{32} , ...$

1 ,4 , 9 , 16 , 25 , 36, ..., 1

تمرين2: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة التالية : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n+3$

1. أحسب حدها الأول u_0

2. أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$

تمرين3: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة التالية : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n-1$

1) أحسب حدها الأول u_0 و أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$

2) أحسب $u_{n+1}-u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$ ماذا تستنتج ؟

تمرين4: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 5n+6$

أحسب : $u_{n+1}-u_n$ و ماذا تستنتج ؟

تمرين5: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $u_n = \frac{n+3}{4}$

$\forall n \in \mathbb{N}$

بين أن المتتالية (u_n) حسابية وحدد أساسها وحدها الأول

تمرين6: لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ و $u_6 = 31$

1) أحسب u_0 2) أكتب u_n بدلالة n

3) أحسب : u_{2015} ثم u_{2016}

تمرين7: لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r و بحيث $u_0 = 5$ و $u_{100} = -45$) حدد r 2) أحسب : u_{2015} و u_{2016}

تمرين8: لتكن المتتالية الحسابية $(u_n)_{n\geq 1}$ الذي أساسها $r = 3$ وحدها الأول $u_0 = 5$

1) أكتب u_n بدلالة n وحدد u_8 و u_{13}

2) أحسب المجموع التالي : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{13}$

تمرين9:

1) لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ و حدها الأول $u_0 = 1$

أحسب المجموع التالي : $S_1 = u_3 + u_4 + u_5 + \cdots + u_{30}$

2) لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = -2$ و حدها الأول $u_0 = 4$

أحسب المجموع التالي : $S_2 = u_7 + u_8 + u_9 + \cdots + u_{25}$

تمرين10: لتكن المتتالية الحسابية $(u_n)_{n\geq 1}$ الذي أساسها $r = 2$ وحدها الأول $u_0 = 3$

1) أكتب u_n بدلالة n وحدد u_1 و u_{10}

2) أحسب المجموع التالي : $S = u_1 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{10}$

تمرين11: لتكن المتتالية الحسابية $(u_n)_{n\geq 1}$ الذي أساسها $r = 4$ وحدها الأول $u_0 = -2$

1) أكتب u_n بدلالة n وحدد u_1 و u_6

2) أحسب المجموع التالي : $S = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_6$

تمرين12: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة التالية : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2 \times 3^n$

1) أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$

2) أحسب $\frac{u_{n+1}}{u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

تمرين13: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ بحيث:

$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 5 \times 3^{2n+1}$

بين أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية و حدد أساسها q و حدها الأول

تمرين14: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n$

بين أن (u_n) متتالية هندسية و حدد أساسها و حدها الأول

تمرين15: لتكن (u_n) متتالية هندسية بحيث : $u_5 = \frac{243}{2}$ و $u_2 = \frac{9}{2}$ حدد q أساس المتتالية (u_n) و أكتب u_n بدلالة n

تمرين16: نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) بحيث حدها الأول $u_0 = 81$ وأساسها : $q = \frac{1}{3}$

1) أكتب u_n بدلالة n 2) أحسب u_1 و u_2 و u_3

3) حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $u_n = 1$

تمرين17: نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) بحيث حدها الأول $u_0 = 5$ و $u_3 = 40$

1. تحقق أن أساس المتتالية (u_n) هو $q = 2$

2. أكتب u_n بدلالة n و أحسب u_4

3. حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $u_n = 160$

تمرين18: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية : $u_{n+1} = 3 \times U_n$ و $u_0 = 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1. تحقق أن $(u_n)_{n\geq 0}$ هندسية

2. عبر عن U_n بدلالة n

3. أحسب المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_5$

تمرين19: لتكن (u_n) متتالية هندسية بحيث : $u_5 = 486$

و $u_7 = 4374$ و أساسها $q \succ 0$

1) حدد أساس المتتالية (u_n) 2) أحسب u_0 و u_{10}

3) أكتب u_n بدلالة n 4) أحسب **المجموع التالي** : $S = u_0 + u_5 + \cdots + u_{2009}$

تمرين20: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية :

$u_{n+1} = 2 \times U_n$ و $u_0 = 3$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1. تحقق أن $(u_n)_{n\geq 0}$ هندسية

2. أعبر عن U_n بدلالة n

3. أحسب المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_6$

تمرين21: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

كالتالي : $u_n = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$ $\forall n \in \mathbb{N}$

بين أن (u_n) متتالية هندسية و حدد أساسها و حدها الأول

تمرين22: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بالعلاقة الترجعية التالية :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$$

أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)

تمرين23: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بالعلاقة :

$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 8$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1. نفترض أن : $u_0 = 12$ أحسب u_1 و u_2 و u_3

2. نفترض أن : $u_0 = 3$ أحسب u_1 و u_2 و u_3

تمرين24: نعتبر المتتالية الترجعية (u_n) المعرفة

كالتالي : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \\ u_0 = 2 \end{cases}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

أحسب u_1 و u_2 و u_3

تمرين25: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \\ u_0 = 10 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n)

المعرفة كالتالي : $v_n = u_n - 3$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1. أحسب v_0 و v_1 و v_2

2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

3. أكتب v_n بدلالة n

4. استنتج u_n بدلالة n

5. أحسب بدلالة n المجموع : $S = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

تمرين26: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 2 \\ u_0 = 2 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

كالتالي : $v_n = u_n + 2$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1. أحسب v_0 و v_1

2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

3. أكتب v_n بدلالة n

4. استنتج u_n بدلالة n

تمرين27: نعتبر المتتالية العددية (u_n)

المعرفة كالتالي : $u_n = 5^n - 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1. أحسب u_1 و u_2 و u_3

2. بين أن : $u_{n+1} = 5u_n + 4$ $\forall n \in \mathbb{N}$

تمرين28: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

كالتالي : $u_n = 2 \times 3^n - 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1. أحسب u_1 و u_2 و u_3

2. بين أن : $u_{n+1} = 3u_n + 2$ $\forall n \in \mathbb{N}$

تمرين29: نعتبر المتتالية العددية (u_n)

المعرفة كالتالي : $\begin{cases} u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 1 \\ u_0 = 3 \end{cases}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

كالتالي : $v_n = u_n - \frac{2}{3}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1. أحسب v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها : $-\frac{1}{2}$

3. أكتب v_n بدلالة n

4. استنتج u_n بدلالة n

تمرين30: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{1}{2} \\ u_0 = 3 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

كالتالي: $v_n = u_n + 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

3. أكتب v_n بدلالة n

4. استنتج u_n بدلالة n