

تمرين 1 : (6ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_0 = 2 \text{ و } u_{n+1} = 2 \times U_n$$

(1) تحقق أن $(u_n)_{n \geq 0}$ هندسية. وحدد أساسها q

(2) عبر عن U_n بدلالة n

(3) أحسب U_2 و U_3

الحواب :

$$\frac{u_{n+1}}{U_n} = 2 \text{ يعني } u_{n+1} = 2 \times U_n \quad (1)$$

وهذا يعني أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = 2$

(2) بما أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = 2$ وحدها الأول

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = u_0 \times (q)^n : \text{ فان } u_0 = 2$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2 \times (2)^n \text{ أي :}$$

$$u_3 = 2 \times 2^3 = 16 \text{ و } u_2 = 2 \times 2^2 = 8 \quad (3)$$

تمرين 2: (6 ن)

لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r بحيث : $u_0 = 3$ و

$$u_7 = 17$$

(1) بين أن الأساس $r = 2$

(2) أكتب u_n بدلالة n و أحسب u_1

(3) أحسب المجموع : $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_7$

(4) حدد n بحيث $u_n = 4035$

الحواب : (1)

بما أن (u_n) متتالية حسابية أفان : $u_n = u_0 + (n-0)r$

$$u_7 = u_0 + 7r : \text{ فنجد } 7 \text{ ب } n$$

$$17 = 3 + 7r \text{ يعني :}$$

$$r = 2 \text{ يعني}$$

(2) بما أن (u_n) متتالية حسابية أفان : $u_n = u_0 + (n-0)r$

$$u_n = 3 + 2n \text{ أي :}$$

$$u_1 = 3 + 2 \times 1 = 5$$

$$S = u_1 + \dots + u_7 = (7-1+1) \frac{u_1 + u_7}{2} \quad (3)$$

$$S = 7 \frac{5+17}{2} = 7 \times \frac{22}{2} = 7 \times 11 = 77$$

$$3 + 2n = 4035 \text{ يعني } u_n = 4035 \quad (4)$$

$$n = \frac{4032}{2} = 2016 \text{ يعني } 2n = 4032$$

تمرين 3 : (5ن)

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كالتالي :

$$g(x) = \frac{x^2}{2x-8} \text{ و } f(x) = \frac{4}{x^2+1}$$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالتين f و g

(2) بين أن f مكبورة بالعدد 4 لكل x من \mathbb{R} .

الحواب :

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 1 \neq 0\} \quad (1)$$

$$\mathbb{R} \text{ وهذه المعادلة ليس لها حل في } \mathbb{R} \quad x^2 = -1 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 0$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$D_g = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 8 \neq 0\}$$

$$x = 4 \Leftrightarrow 2x - 8 = 0$$

$$D_g = \mathbb{R} / \{4\}$$

(2)

يكفي أن نبين أن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \leq 4$

$$\text{اذن نحسب الفرق : } 4 - f(x) = 4 - \frac{4}{x^2+1} = \frac{4x^2+4-4}{x^2+1} = \frac{4x^2}{x^2+1} \geq 0$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \leq 4 \text{ ومنه :}$$

وبالتالي f مكبورة على \mathbb{R} بالعدد 4

تمرين 4: (3 ن)

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين

على \mathbb{R} بما يلي :

$$g(x) = 2x^2 + 3 \text{ و } f(x) = 3x^2 + 2x + 4$$

حدد الوضع النسبي لمنحنى الدالتين f و g

الحواب :

$D_g = \mathbb{R}$ و $D_f = \mathbb{R}$ لأنهم دوال حدودية

$$f(x) - g(x) = 3x^2 + 2x + 4 - 2x^2 - 3$$

$$f(x) - g(x) = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \geq 0$$

ومنه : $f \geq g$ بالتالي منحنى الدالة f

يوجد فوق منحنى الدالة g على \mathbb{R} .