تمرين1 : (6ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية :

$$\forall n\in\mathbb{N}\quad u_0=1 \text{ و } u_{n+1}=3\times U_n$$

1) تحقق أن $(u_n)_{n\geq 0}$ هندسية. وحدد أساسها q

2) عبر عن U_n بدلالة n

3) أحسب U_2 و U_3

الحواب :

1) $u_{n+1}=3\times U_n$ يعني $\frac{u_{n+1}}{U_n}=3$

وهذا يعني أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q=3$

2) بما أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q=3$ وحدها الأول $u_0=1$ فان : $u_n=u_0\times(q)^n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

أي : $u_n=1\times(3)^n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

أي : $u_n=3^n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

3) $u_2=3^2=9$ و $u_3=3^3=27$

تمرين2: (6 ن)

لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r بحيث : $u_0=2$ و $u_7=23$

1) بين أن الأساس $r=3$

2) أكتب u_n بدلالة n و أحسب u_1

3) أحسب المجموع : $S=u_1+u_2+u_3+.....+u_7$

4) حدد n بحيث $u_n=6047$

الحواب :

1)

بما أن (u_n) متتالية حسابية فان : $u_n=u_0+(n-0)r$

نعوض n ب 7 فنجد: $u_7=u_0+7r$

يعني : $23=2+7r$ يعني : $21=7r$

يعني $r=3$

2) بما أن (u_n) متتالية حسابية فان : $u_n=u_0+(n-0)r$

أي: $u_n=2+3n$

$u_1=2+3\times 1=5$

3) $S=u_1+\cdots+u_7=(7-1+1)\frac{u_1+u_7}{2}$

$S=7\frac{5+23}{2}=7\times\frac{28}{2}=7\times 14=98$

4) $u_n=6047$ يعني $2+3n=6047$

يعني $3n=6045$ يعني $n=\frac{6045}{3}=2015$

تمرين3 : (5ن)

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كالتالي :

$$f(x)=\frac{3}{x^2+1} \text{ و } g(x)=\frac{x^2}{3x-6}$$

1) حدد مجموعة تعريف الدالتين f و g

2) بين أن f مكبورة بالعدد **3** لكل x من $\mathbb{R}$.

الحواب :

1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2+1\neq 0\}$

$x^2=-1\Leftrightarrow x^2+1=0$ وهذه المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$

$D_f=\mathbb{R}$

$D_g=\{x\in\mathbb{R}/3x-6\neq 0\}$

$x=2\Leftrightarrow 3x-6=0$

$D_g=\mathbb{R}/\{2\}$

2)

يكفي أن نبين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ f(x)\leq 3$

اذن نحسب الفرق : $3-f(x)=3-\frac{3}{x^2+1}=\frac{3x^2+3-3}{x^2+1}=\frac{3x^2}{x^2+1}\geq 0$

ومنه : $\forall x\in\mathbb{R}\ f(x)\leq 3$

وبالتالي f مكبورة على $\mathbb{R}$ بالعدد 3

تمرين4: (3 ن)

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x)=2x^2+6x+4 \text{ و } g(x)=x^2+2x$$

حدد الوضع النسبي لمنحنى الدالتين f و g

الحواب :

$D_f=\mathbb{R}$ و $D_g=\mathbb{R}$ لأنهم دوال حدودية

$f(x)-g(x)=2x^2+6x+4-x^2-2x$

$f(x)-g(x)=x^2+4x+4=(x+2)^2\geq 0$

ومنه : $f\geq g$ بالتالي منحنى الدالة f يوجد فوق منحنى الدالة g على $\mathbb{R}$.

الأستاذ : عثماني نجيب