تمرين1 : (10ن) (2ن لكل سؤال)

يحتوي صندوق غير كاشف على 5 كتب للغة العربية و 4 كتب للغة الفرنسية و 4 كتب للرياضيات

نسحب عشوائيا ثلاث كتب من الصندوق في آن واحد

1. حدد عدد الإمكانيات
2. حدد عدد الإمكانيات سحب ثلاث كتب للغة العربية
3. حدد عدد الإمكانيات سحب ثلاث كتب للرياضيات
4. حدد عدد الإمكانيات سحب كتاب من كل مادة
5. حدد عدد الإمكانيات سحب كتاب واحد فقط للرياضيات

الجواب :

1) $card(\Omega) = C_{13}^3$ ومنه

$$C_{13}^3 = \frac{13!}{3!(13-3)!} = \frac{13!}{3!10!} = \frac{13\times12\times11\times10!}{3!10!} = \frac{13\times12\times11}{3!} = \frac{13\times2\times6\times11}{6} = 286$$

2) $C_5^3 = ?$ $C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5\times4\times3!}{2!3!} = \frac{5\times4}{2!} = 10$

3) $C_4^3 = 4$

4)

سحب كتاب من كل مادة يعني سحب كتاب واحد للغة العربية و سحب كتاب واحد للغة الفرنسية و سحب كتاب واحد للرياضيات

$$C_5^1 \times C_4^1 \times C_4^1 = 5\times4\times4 = 80$$

5) سحب كتاب واحد فقط للرياضيات يعني سحب كتاب واحد للرياضيات من بين 4 وكتابين في للمواد الأخرى أي من بين 9 كتب

أي : $C_4^1 \times C_7^2 = 4\times C_7^2$

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7\times6\times5!}{2!5!} = \frac{7\times6}{2} = 15$$

$$C_4^1 \times C_7^2 = 4\times C_7^2 = 4\times15 = 60$$

تمرين2 : (10ن) (1ن+2ن +1ن+1ن+1ن+2ن+2ن)

أحسب النهايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to5} \frac{2x-6}{\sqrt{x+11}}$ 2) $\lim\limits_{x\to4} \frac{x^2-16}{x-4}$

3) $\lim\limits_{x\to3^+} \frac{x-4}{3x-9}$ و $\lim\limits_{x\to3^-} \frac{x-4}{3x-9}$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} -5x^3+7x+2$ 5) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3x^4+x^2+2}{3x^2-x}$

6) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{12x^2-7x+1}{3x^3-5x-1}$

الجواب :1)

أجوبة :1) لدينا : $\lim\limits_{x\to5} 2x-6 = 4$ و $\lim\limits_{x\to5} \sqrt{x+11} = 4$

ومنه : $\lim\limits_{x\to5} \frac{2x-6}{\sqrt{x+11}} = \frac{4}{4} = 1$

2) $\lim\limits_{x\to4} \frac{x^2-16}{x-4}$ لدينا : $\lim\limits_{x\to4} x^2-16 = 0$ و $\lim\limits_{x\to4} x-4 = 0$

نحصل عن شكل غ محدد من قبيل : $\frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to4} \frac{x^2-16}{x-4} = \lim_{x\to4} \frac{x^2-4^2}{x-4} = \lim_{x\to4} \frac{(x-4)(x+4)}{x-4} = \lim_{x\to4} x+4 = 8$$

3) $\lim\limits_{x\to3^+} \frac{x-4}{3x-9}$ و $\lim\limits_{x\to3^-} \frac{x-4}{3x-9}$???

$\lim\limits_{x\to3^+} x-4 = -1$ و $\lim\limits_{x\to3^+} 3x-9 = 0$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$3x-9$	$-$	0	$+$

ومنه : $\lim\limits_{x\to3^+} 3x-9 = 0^+$ و بالتالي : $\lim\limits_{x\to3^+} \frac{x-4}{3x-9} = -\infty$

$\lim\limits_{x\to2^-} 5x-10 = 0^-$ و بالتالي : $\lim\limits_{x\to3^-} \frac{x-4}{3x-9} = +\infty$

4)نعلم أن نهاية دالة حدودية عندما تؤول x إلى $+\infty$ أو إلى $-\infty$ هي نهاية حدها الأكبر درجة اذن :

$$\lim_{x\to+\infty} -5x^3+7x+2 = \lim_{x\to+\infty} -5x^3 = -\infty$$

5) نعلم أن نهاية دالة جذرية عندما تؤول x إلى $+\infty$ أو إلى $-\infty$ هي خارج نهاية حديها الأكبر درجة. اذن :

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{3x^4+x^2+2}{3x^2-x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{3x^4}{3x^2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^4}{x^4} = \lim_{x\to+\infty} x^{4-2} = \lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$$

6) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{12x^2-7x+1}{3x^3-5x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{12x^2}{3x^3} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{4x^2}{x^3} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{4}{x} = 0$