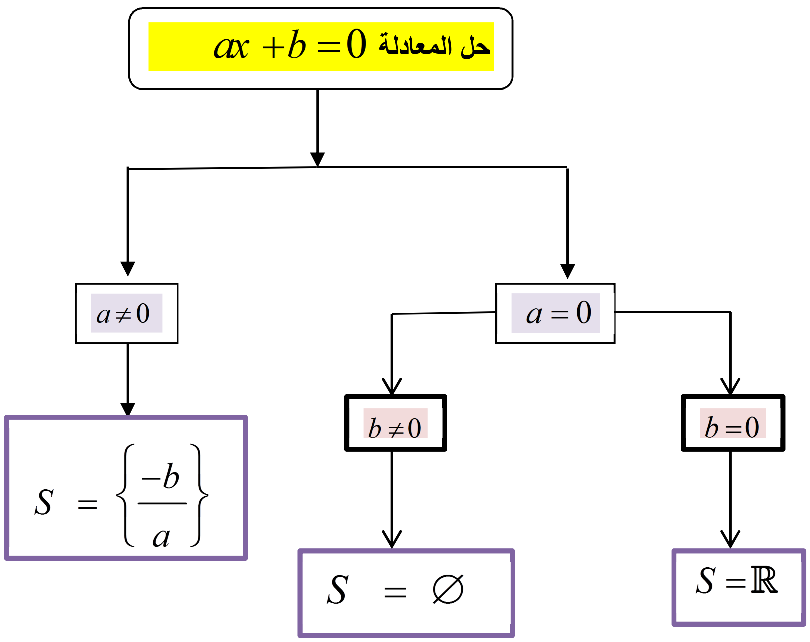
المعادلات والمتراجحات والنظمات

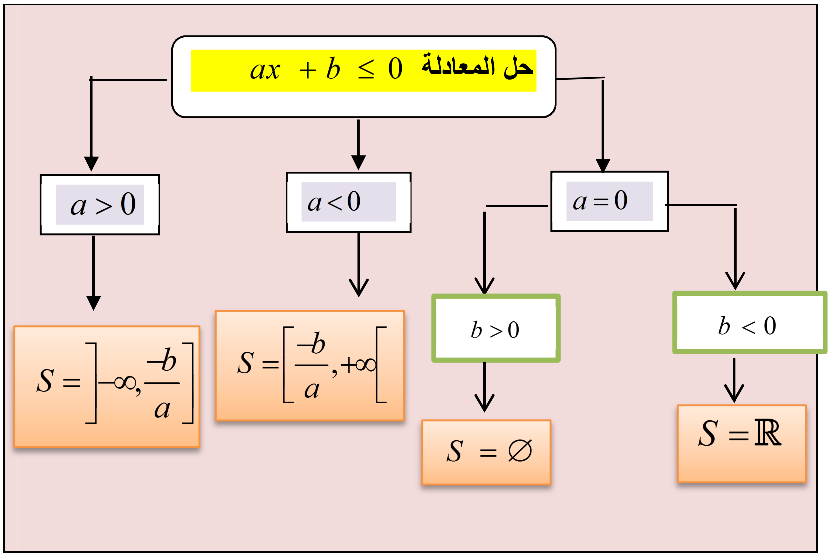
معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هي كل معادلة يمكن أن تكتب على شكل $ax+b=0$ حيث x هو المجهول و a و b عددان حقيقيان معلومان



متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد في $\mathbb{R}$ هي كل متراجحة يمكن أن تكتب على شكل $ax+b\geq0$ أو $ax+b>0$ أو $ax+b\leq0$ أو $ax+b<0$ حيث x هو المجهول و a و b عددان حقيقيان معلومان



جدول إشارة الحدانية $ax+b$

نعتبر الحدانية $ax+b$ حيث $a\neq 0$

- إذا كان $x\geq\frac{-b}{a}$ فإن إشارة $ax+b$ هي إشارة a
- إذا كان $x\leq\frac{-b}{a}$ فإن إشارة $ax+b$ هي عكس إشارة a

معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهولين هي كل معادلة يمكن أن تكتب على شكل $ax+by+c=0$ حيث x و y هما المجهولان و a و b و c أعداد حقيقية معلومة

- إذا كان $a\neq 0$ فإن $S=\left\{\left(\frac{-b}{a}y-\frac{c}{a};y\right)/\,y\in\mathbb{R}\right\}$
- إذا كان $b\neq 0$ فإن $S=\left\{\left(x;\frac{-a}{b}y-\frac{c}{b}\right)/\,x\in\mathbb{R}\right\}$
- إذا كان $a=0$ و $b=0$:
  - إذا كان $c=0$ فإن : $S=\mathbb{R}^2$
  - إذا كان $c\neq 0$ فإن : $S=\varnothing$

نظمة معادلتين من الدرجة الأولى

النظمة $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ تسمى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y حيث a و b و c و a' و b' و c' أعداد حقيقية .

العدد $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = ab'-a'b$ يسمى محددة النظمة (S).

نعتبر النظمة $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

- إذا كان : $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} \neq 0$ فإن النظمة تقبل حلا وحيدا هو الزوج (x,y) حيث : $x=\dfrac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$ و $y=\dfrac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$
- إذا كان $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = 0$ فإنه قد لا يكون لهذه النظمة أي حل وقد يكون لها ما لا نهاية من الحلول

إشارة $ax+by+c$ و تجويه المستوى

المستوى منسوب إلى معلم (O,I,J)

ليكن (D) مستقيما معادلته $ax+by+c=0$

المستقيم (D) يحدد نصفي مستوى مفتوحين.

- أحدهما مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق العلاقة $ax+by+c>0$
- و الآخر هو مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق العلاقة $ax+by+c<0$

المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد

الكتابة $a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{(2a)^2}\right]$ تسمى الشكل القانوني لثلاثية الحدود ax^2+bx+c حيث a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a\neq 0$

- **كل معادلة على الشكل** $ax^2+bx+c=0$ **حيث** a **و** b **و** c **أعداد حقيقية بحيث** $a \neq 0$ **تسمى معادلة من الدرجة الثانية في** $\mathbb{R}$
- **العدد** $\Delta=b^2-4ac$ **يسمى مميز هذه المعادلة أو مميز ثلاثية الحدود** ax^2+bx+c

نعتبر في $\mathbb{R}$ **المعادلة** $ax^2+bx+c=0$ **بحيث** $a \neq 0$ **و لتكن** S **مجموعة حلولها و** Δ **مميزها .**

حل المعادلة $ax^2+bx+c=0$

$$\Delta=b^2-4ac$$

- $\Delta<0$: $S=\varnothing$
- $\Delta=0$: $S=\left\{\dfrac{-b}{2a}\right\}$
- $\Delta>0$: $S=\left\{\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a},\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right\}$

تعميل ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

نعتبر ثلاثية الحدود ax^2+bx+c **و ليكن** Δ **مميزها**

- **إذا كان** $\Delta>0$ **فإن المعادلة** $ax^2+bx+c=0$ **تقبل حلين مختلفين** x_1 **و** x_2 **و لدينا :**

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

- **إذا كان** $\Delta=0$ **فإن :**

$$ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$$

- **إذا كان** $\Delta<0$ **فإن ثلاثية الحدود** ax^2+bx+c **لا يمكن تعميلها إلى جداء حدوديتين من الدرجة الأولى في** $\mathbb{R}$

مجموع و جداء حلي معادلة من الدرجة الثانية

إذا كان للمعادلة $ax^2+bx+c=0$ **مميز موجب قطعا فإن** x_1 **و** x_2 **حلي هذه المعادلة يحققان :**

$$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a} \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}$$

إشارة ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

نعتبر ثلاثية الحدود $P(x)=ax^2+bx+c$ **و** Δ **مميزها**

- **إذا كان** $\Delta>0$ **فإن إشارة** $P(x)$ **هي إشارة العدد** a **خارج الجذرين ، و إشارة** $P(x)$ **هي عكس إشارة العدد** a **داخل الجذرين**
- **إذا كان** $\Delta=0$ **فإن إشارة** $P(x)$ **هي إشارة العدد** a **لكل** x **مخالف للعدد** $\dfrac{-b}{2a}$
- **إذا كان** $\Delta<0$ **فإن إشارة** $P(x)$ **هي إشارة العدد** a **لكل** x **من** $\mathbb{R}$