

المراقبة المستمرة رقم 3

التمرين 1 (3,5)

1- بسط العدد : $A = \log \sqrt{5 - \sqrt{5}} + \log \sqrt{5 + \sqrt{5}} - \frac{1}{2} \log 5$ (1,5)

2- حل في \mathbb{R}^2 النظام التالية : $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x + y = 8 \end{cases}$ (1)

ثم استنتج حلول النظام : $\begin{cases} \log x + 2 \log y = 1 \\ 3 \log x + \log y = 8 \end{cases}$ (1)

التمرين 2 (6,5)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} = \frac{4u_n - 9}{u_n - 2}$ و نضع $(\forall n \in \mathbb{N}) v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

1- احسب u_1 و v_0 و v_1 . (1,5)

2- بين أن (v_n) متتالية حسابية محددًا أساسها. (2)

3- اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n . (2)

4- احسب المجموع : $S = v_0 + \dots + v_{19}$ (1)

التمرين 3 (5,5)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = -\frac{1}{2}$ و $(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} = \frac{u_n}{3 - 2u_n}$

1- بين أن $\forall n \in \mathbb{N} u_n < 0$ ثم ادرس رتبة المتتالية (u_n) (2)

2- لكل n من \mathbb{N} نضع : $v_n = \frac{u_n}{u_n - 1}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية محددًا أساسها وحدها الأول. (1,5)

ب- حدد v_n بدلالة n . ثم استنتج u_n بدلالة n . (2)

التمرين 4 (4,5)

بلغ عدد سكان بلد سنة 2010 أربعين مليون نسمة . نفترض أن عدد السكان يرتفع بشكل طبيعي بنسبة 1,5% كل سنة ، وأن 45000 شخص يغادرون هذا البلد سنويا بسبب الهجرة إلى الخارج . نعتبر المليون هو الوحدة و نضع $u_0 = 40$ عدد السكان سنة 2010 .

1- احسب u_1 (عدد السكان سنة 2011) و u_2 (عدد السكان سنة 2012) (1)

2- بين أن : $u_{n+1} = 1,015u_n - 0,045$ لكل n من \mathbb{N} . (1)

3- لكل n من \mathbb{N} نضع : $v_n = u_n - 3$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 1,015$. (0,5)

ب- حدد v_n بدلالة n . ثم استنتج u_n بدلالة n . (1)

4- كم سيكون عدد سكان هذا البلد سنة 2030 ؟ (نعطي $(1,015)^{20} = 1,346855$) (1)