

Exercice1 : (5 points)

1. Simplifier les nombres suivants :

$$a = (n-2) \times \frac{A_n^2}{C_n^3} ; b = (n-1) \times \frac{A_{2n+2}^3}{A_{n+1}^3} ; c = \frac{(n+1)!}{(n-1)!} \quad (3 \times 1)$$

2. Résoudre dans \mathbb{N} les deux équations suivantes :

$$C_n^2 + C_n^3 = 3n(n-1) \text{ tel que } (n > 3) \quad (1)$$

$$A_{2n}^3 = 12 A_n^3 \quad (1)$$

Exercice2 : (5 points)

On considère les deux suites $(U_n)_n$ et $(V_n)_n$ définies par :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{U_n - 3}{U_n + 5}; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases} \quad \text{et} \quad V_n = \frac{U_n + 1}{U_n + 3}; \forall n \in \mathbb{N}$$

1. Montrer que $(V_n)_n$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ (1)

2. Calculer V_0 et écrire V_n en fonction de n (1)

3. Montrer que $U_n = \frac{1 - 3V_n}{V_n - 1}; \forall n \in \mathbb{N}$ et déduire U_n en fonction de n (1,5)

4. Calculer en fonction de n la somme suivante $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$ (1,5)

Exercice3 : (5 points)

Un sac A contient cinq boules portant le chiffre 0, quatre boules portant le chiffre 1 et deux boules portant le chiffre 2. On suppose que toutes les boules sont identiques.

On tire simultanément trois boules de ce sac.

1. Quel est le nombre des tirages possibles. (1)

2. Quel est le nombre des tirages possibles contenant trois boules portant le même chiffre (1)

3. Quel est le nombre des tirages possibles contenant exactement deux boules portant le chiffre 0 (1,5)

4. Quel est le nombre des tirages possibles ne contenant aucune boule porte le chiffre 2 (1,5)

Exercice4 : (5 points)

Un sac B contient quatre boules rouges, trois boules noir et trois boules vertes. On suppose que toutes les boules sont identiques.

On tire successivement et sans remise trois boules de ce sac.

1. Quel est le nombre des tirages possibles (1)

2. Quel est le nombre des tirages possibles contenant au moins une boule noir (1,5)

3. Quel est le nombre des tirages possibles contenant exactement une boule rouge (1,5)

4. Quel est le nombre des tirages possibles contenant deux boules noir et une verte (1)