

**Exercice N°1 :**

1. Déterminer la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes :

$$P : " \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ ou } 4 \text{ impair } "$$

$$Q : " 2, 3 \in \mathbb{N} \text{ et } |1 - \sqrt{2}| = 1 - \sqrt{2} "$$

$$R : " \sqrt{5} + \sqrt{3} \leq \sqrt{15} \Rightarrow 5 \text{ premier } "$$

$$S : " 2 = 3 \Leftrightarrow 2 - 3 = 0 "$$

$$T : " (\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 - x - 2 \geq 0 "$$

$$V : " (\exists x \in \mathbb{R}^+) : x^2 + 3x + 2 = 0 "$$

2. Ecrire les propositions suivantes en utilisant les quantificateurs :

A : « le carré de tout nombre réel est positif »

B : « l'équation  $x^2 - 4x + 3 = 0$  admet au moins une solution réelle »

3. Donner la négation de chacune des propositions suivantes :

$$P : " \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ ou } 4 \text{ impair } "$$

$$Q : " 2, 3 \in \mathbb{N} \text{ et } |1 - \sqrt{2}| = 1 - \sqrt{2} "$$

$$R : " \sqrt{5} + \sqrt{3} \leq \sqrt{15} \Rightarrow 5 \text{ premier } "$$

$$S : " (\forall x \in \mathbb{R})(\exists p \in \mathbb{Z}) : x + 1 = p "$$

**Exercice N°2 :**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^2 + x - 6$

et la proposition suivante :  $P : " \forall (a, b) \in \mathbb{R}^2 ; f(a) = f(b) \Rightarrow a = b "$

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :  $f(x) = 0$
- Donner la négation de la proposition P
- Déduire que P est fausse

**Exercice N°3 :**

1. En utilisant la contraposée montrer que :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^* : (x \neq y \text{ et } x \cdot y \neq 2 \Rightarrow \frac{x^2 + 2}{x} \neq \frac{y^2 + 2}{y})$$

2. En utilisant les équivalences montrer que

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^+ : 9x + 25y \geq 30 \sqrt{xy}$$

3. En utilisant l'absurde montrer que :  $(\forall x \in \mathbb{R}^+) : \sqrt{x} \neq \frac{x + 3}{\sqrt{x + 6}}$

4. En utilisant le raisonnement par récurrence montrer que :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) : 4^0 + 4^1 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^n = \frac{4^{n+1} - 1}{3}$$

**Exercice N°4 :**

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :  $2x^2 - 5x + 2 = 0$

2. Déduire la résolution dans  $\mathbb{R}$  de l'inéquation suivante :  $\frac{2x^2 - 5x + 2}{x(x+1)} \leq 0$