

دوران جسم صلب غير قابل للتشويه حول محور ثابت

Rotation d'un solide indéformable autour d'un axe fixe

1- حركة جسم صلب في دوران حول محور ثابت :

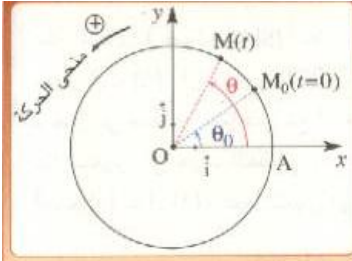
في حياتنا اليومية توجد أجسام صلبة في حركة دوران حول محور ثابت كالباب والناعورة والبكرة الخ

1 1 تعريف :

نقول ان جسما صلبا في دوران حول محور ثابت اذا كانت كل نقطة من نقطه في حركة دائرية ممركة على هذا المحور .

1-2-1 معلمة نقطة متحركة من جسم صلب :

نعتبر جسم صلب في دوران حول محور ثابت .
المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ متعامد ممنظم حيث المتجهة \vec{k} منطبقة مع محور الدوران (Δ) والمستوى (O, \vec{i}, \vec{j}) متطابق مع مسار النقطة M .



أ-الأفصول الزاوي :

نسمي الأفصول الزاوي عند لحظة ما القيمة الجبرية التي تكونها متجهة الموضع \vec{OM} ومحور مرجعي Ox نتخذه أصلا للأفصول الزاوية $\theta = (\vec{Ox}, \vec{OM})$.
يعبر عن الأفصول الزاوي في النظام العالمي للوحدات بالراديان Radian ويرمز له ب rad .

أ - الأفصول المنحني :

نسمي الأفصول المنحني قياس القوس $s = \widehat{AM}$ أصل الأفصول المنحنية .

S مقدار جبري اشارته تتعلق بتوجيه المسار .

يعبر عن الأفصول المنحني بالمتر يرمز له ب m .

ج- العلاقة بين الأفصول المنحني والأفصول الزاوي :

نبرهن في الرياضيات : $s = R\theta$

R شعاع المسار .

θ الأفصول الزاوي .

S الأفصول المنحني .

2 - السرعة الزاوية :

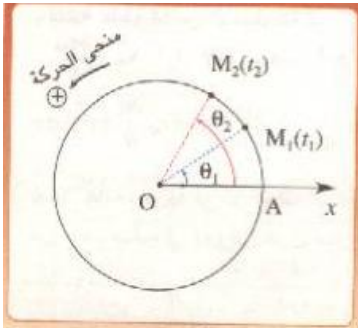
1-2 السرعة الزاوية المتوسطة :

عندما ينجز الجسم حركة دوران حول المحور (Δ) تدور النقطة M بالزاوية θ_1 عند اللحظة t_1 وبالزاوية θ_2 عند اللحظة t_2 .

السرعة الزاوية المتوسطة نكتب :

$$\omega_m = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

وحدة السرعة الزاوية في النظام العالمي للوحدات هي الراديان على الثانية ومزها : rad.s^{-1} .



تطبيق :

احسب السرعة الزاوية لدوران الأرض حول نفسها علما أن الأرض تنجز دورة كاملة خلال يوم فلكي حيث

$$T=23h56min4s$$

الحل :

خلال المدة : $\Delta t = T = 23h56min 4s = 23 \times 3600 + 56 \times 60 + 4 = 86164s$ تنجز الأرض

دورة واحدة $\Delta\theta = 2\pi = 6,28 \text{ rad}$

وبالتالي فالسرعة الزاوية :

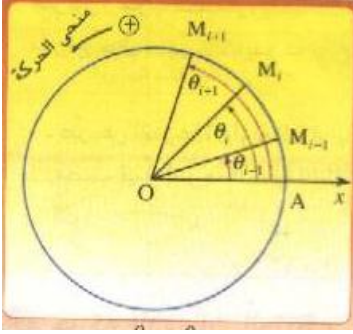
$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{6,28}{86164} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

2-2 السرعة الزاوية اللحظية :

نعتبر لحظتين t_{i+1} و t_{i-1} جد متقاربتين تؤطران اللحظة t_i ، اذا كان $\theta_{i+1} - \theta_{i-1}$ الفرق في الأفصول الزاوي بين هاتين اللحظتين ، فان السرعة الزاوية اللحظية هي:

$$\omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

السرعة الزاوية اللحظية لنقطة متحركة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي سرعته الزاوية في لحظة t .



3-2 العلاقة بين السرعة الزاوية والسرعة الخطية :

السرعة الخطية لنقطة متحركة هي :

$$V_i = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\delta s}{\delta t}$$

لدينا : $s = R\theta$

وبالتالي : $\delta s = R\delta\theta$

$$V_i = \frac{\delta s}{\delta t} = \frac{R\delta\theta}{\delta t}$$

نستنتج :

$$V_i = R \cdot \omega_i$$

V_i السرعة الخطية عند اللحظة t_i .

3 - حركة الدوران المنتظم :

1-3 تعريف :

تكون حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت منتظمة اذا بقيت سرعته الزاوية اللحظية ثابتة $\omega = cte$.

2-3 الدور والتردد :

مع مرور الزمن تتكرر حركة جسم دورانه منتظم ، نقول ان الحركة دورية . اذا كان الجسم ينجز دورة خلال مدة زمنية T فان T تسمى دور الحركة .

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

تعريف التردد :

التردد f لحركة الدوران المنتظم هو عدد الدورات في الثانية .

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \text{ أو } f = \frac{1}{T}$$

نكتب :

3-3 المعادلة الزمنية للحركة :

إذا كان الأفصول الزاوي لنقطة متحركة من جسم صلب في دوران عند التاريخ t هو θ و عند التاريخ البدئي t_0 هو θ_0 فان:

$$\omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

$$\theta = \omega(t - t_0) + \theta_0 \quad \text{وبالتالي:}$$

$$(1) \quad \left\{ \theta = \omega t + \theta_0 \right\} \quad \text{وفي حالة: } t_0 = 0 \text{ نكتب:}$$

تمثل العلاقة (1) المعادلة الزمنية لحركة النقطة M من جسم في دوران حول محور ثابت بدلالة الأفصول الزاوي . باعتبار الأفصول المنحني تكون المعادلة الزمنية لحركة النقطة M هي :

$$\text{لدينا: } s = R\theta \quad \text{و} \quad s_0 = R\theta_0 \quad \text{و} \quad V = R\omega$$

$$R\theta = R\omega t + R\theta_0$$

$$s = Vt + s_0 \quad \text{نستنتج أن:}$$

تطبيق:

المعادلة الزمنية لحركة نقطة M من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي :

$$s(t) = 0,70t + 0,03$$

حيث t بالثانية و s بالمتر.

- 1 - ما هي طبيعة حركة الجسم الصلب ؟
- 2 - حدد قيمتي الأفصول المنحني للنقطة M عند اللحظة $t=0$ وسرعتها الخطية .
- 3 - إذا علمت أن قطر المسار الدائري هو $D=30\text{cm}$ ، أوجد تعبير الأفصول الزاوي $\theta(t)$ للنقطة M بدلالة t .

الحل :

- 1 - بما أن الجسم في حركة دوران حول محور ثابت ، والمعادلة الزمنية لنقطة متحركة من هذا الجسم هي من الدرجة الأولى بالنسبة للزمن ، إذن **حركة الجسم دوران منتظم** .

- 2 - بالنسبة لحركة الدوران المنتظم نكتب :

$$(1) \quad s(t) = Vt + s_0$$

$$(2) \quad s(t) = 0,70t + 0,03 \quad \text{حسب النص:}$$

بمقارنة المعادلتين (1) و (2) نستنتج :

$$s_0 = 0,03\text{m} \quad \text{و} \quad V = 0,70\text{m.s}^{-1}$$

- 3 - نعلم أن: $\theta(t) = \omega t + \theta_0$

$$\text{بحيث: } s_0 = R\theta_0 \quad \text{أي: } \theta_0 = \frac{s_0}{R}$$

$$\text{و} \quad V = R\omega \quad \text{أي: } \omega = \frac{V}{R}$$

$$\theta_0 = \frac{0,03}{0,15} = 0,20 \text{ rad} \quad ; \quad R = \frac{D}{2} = \frac{0,3}{2} = 0,15\text{m} \quad \text{ع.ت.ع}$$

$$\omega = \frac{0,70}{0,15} = 4,67 \text{ rad.s}^{-1}$$

تعبير الأفصول الزاوي :

$$\theta(t) = 4,67t + 0,20$$

بحيث t بالثانية (s) و θ بالراديان (rad) .