

## تمارين: دراسة الدوال

### تمرين 1

$$f(x) = |x| - \frac{x}{x^2 - 1}$$

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

- 1- أ- حدد  $D_f$  و  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x)$
- ب- حدد نهاية  $f$  عند 1 و -1 و أول النتائج هندسيا
- 2- أدرس اشتقاق في 0 و أول النتيجة هندسيا
- 3- أ- حدد  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $D_f - \{0\}$
- ب- أدرس تغيرات  $f$
- 4- حدد معادلة المماس لـ  $C_f$  في النقطة ذات الأضلاع 2
- 5- أ- حدد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + x$  و أول النتيجة هندسيا
- ب- أنشئ في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم المنحنى  $C_f$

### تمرين 2

نعتبر  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ:  $f(x) = \frac{1}{2}x - 2 + \frac{2}{x}$

- ليكن  $(C_f)$  منحنى الدالة  $f$  في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 1- أ) حدد  $D_f$
  - ب) حدد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
  - ج) حدد  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  و أول النتيجة هندسيا
  - 2- أ) بين أن  $\forall x \in D_f \quad f'(x) = \frac{x^2 - 4}{2x^2}$
  - ب) أدرس تغيرات  $f$  و أعط جدول تغيراتها
  - 3- حدد معادلة المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الأضلاع 1
  - 4- بين أن النقطة  $A(0; -2)$  مركز تماثل للمنحنى  $(C_f)$
  - 5- بين أن المستقيم ذا المعادلة  $y = \frac{1}{2}x - 2$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$
  - 6- أنشئ  $(C_f)$

### تمرين 3

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{x^2 - 1} & x \geq 0 \\ f(x) = \frac{x^2 - 1}{x} & x < 0 \end{cases}$$

- 2- أ- حدد  $D_f$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- ب- حدد نهاية  $f$  عند 1 و  $+\infty$  و أول النتائج هندسيا
- ج- حدد نهاية  $f$  على يمين ثم على يسار 0
- 2- أدرس الاشتقاق في 0 على اليمين و أول النتيجة هندسيا
- 3- أ- حدد  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $]-\infty; 0[$  ثم لكل  $x$  من  $]0; +\infty[ \cup ]1; +\infty[$

- ب- أدرس تغيرات  $f$
- 4- حدد معادلة المماس لـ  $C_f$  في النقطة ذات الأفصول -1
- 5- أ- حدد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - x$  وأول النتيجة هندسيا
- ب- أنشئ في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم لمنحنى  $C_f$

#### تمرين 4

$$f(x) = 1 + \frac{1-2x}{x^2 - x - 2}$$

نعتبر الدالة العدية  $f$  للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

- 1- حدد  $D_f$  و حدد نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$
- 2- حدد  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $D_f$
- 3- أدرس تغيرات  $f$
- 4- أ- بين أن  $C_f$  يقبل  $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$  كنقطة انعطاف.
- ب- بين أن  $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$  مركز تماثل لـ  $C_f$
- د- حدد معادلة المماس لـ  $C_f$  عند النقطة  $I$
- 5- أ- أدرس الفروع اللانهائية
- ب- أنشئ المنحنى  $C_f$

#### تمرين 5

نعتبر الدالة العدية  $f$  للمتغير الحقيقي المعرفة بـ  $f(x) = 4 \sin x + \cos 2x$

- 1- بين أن  $f$  دالة دورية و حدد دورها
- 2- حدد  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $[0; 2\pi[$
- 3- أدرس تغيرات  $f$  على  $[0; 2\pi[$
- 4- حدد معادلة المماس لـ  $C_f$  عند النقطة ذات الأفصول 0
- 5- حدد نقط انعطاف المنحنى  $C_f$  على  $[0; 2\pi[$
- 6- أنشئ المنحنى  $C_f$

#### تمرين 6

$$f(x) = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$$

نعتبر الدالة العدية  $f$  للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

- 1- حدد  $D_f$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- 2- أ- بين أن  $f$  دالة دورية و حدد دورها
- ب تأكد أن  $f$  زوجية استنتج  $D_E$  مجموعة دراسة  $f$
- 3- أدرس تغيرات  $f$  على  $D_E$
- 4- أنشئ المنحنى  $C_f$

#### تمرين 7

$$f(x) = \frac{\tan^2 x}{1 - \tan^2 x}$$

نعتبر الدالة العدية  $f$  للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

- 1- حدد  $D_f$
- 2- أ- بين أن  $f$  دالة دورية و حدد دورها
- ب تأكد أن  $f$  زوجية استنتج  $D_E$  مجموعة دراسة  $f$
- 3- أدرس تغيرات  $f$  على  $D_E$
- 4- أنشئ المنحنى  $C_f$

تمرين 8

نعتبر  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ:  $f(x) = \frac{1}{\sin x}$

ليكن  $(C_f)$  منحنى الدالة  $f$  في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- أ) حدد  $D_f$

ب) بين أن  $f$  دورية دورها  $2\pi$

د) بين أن  $f$  دالة فردية و استنتج مجموعة الدراسة

ج) حدد  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x)$  مع تأويل النتيجة هندسيا

2- أ) أحسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $]0; \pi[$

ب) أدرس تغيرات  $f$  على  $]0; \pi[$  و أعط جدول تغيراتها

3- أنشئ  $(C_f)$  على  $D_f \cap [-3\pi; 3\pi]$