المتتاليـــــات العددية

تمرين 1

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 1 \end{cases}$

◈ احسب u_1 و u_2 و u_3

تمرين 2

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 1 + \frac{1}{u_n} \end{cases}$

◈ احسب u_3

تمرين 3

نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و(v_n) المعرفتين كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$ و $v_n = 3 \times 2^n + 1$

1- احسب الحدود الأربعة الأولى لكل من (u_n) و(v_n) ، ماذا تلاحظ ؟

2- برهن بالترجع أن : $\forall n \in IN \quad u_n = 3 \times 2^n + 1$

تمرين 4

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n - 4 \end{cases}$

1- احسب u_1 و u_2 و u_3

2- بين بالترجع أن $\forall n \in IN \quad u_n > 2$

3- بين أن (u_n) تزايدية

تمرين 5

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{4}{u_n}\right) \end{cases}$

1- بين بالترجع أن (u_n) مصغورة بـ 2

2- بين ان (u_n) تناقصية

تمرين 6

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n^2 - 3}{u_n + 2} \end{cases}$

1-

أ- تحقق أن : $\forall n \in IN \quad u_{n+1} - 3 = \frac{(u_n - 3)(2u_n + 3)}{u_n + 2}$

ب- بين بالترجع أن (u_n) مصغورة بـ 3

2-

أ- تحقق أن : $\forall n \in IN \quad u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 3)(u_n + 1)}{u_n + 2}$

ب- استنتج ان (u_n) تزايدية

تمرين 7

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 8} \end{cases}$

◈ بين بالترجع أن (u_n) مكبورة بـ 4

تمرين 8

◈ ادرس رتابة المتتاليات التالية :

$\forall n \in IN \; u_n = \frac{2n}{n+1}$ ، $\forall n \in IN^* \; v_n = 1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}$ ، $\forall n \in IN \; w_n = \frac{n+1}{3^n}$

$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n^2 - u_n + 1 \end{cases}$ ، $\forall n \in IN^* \; w_n = n^3 - n$

تمرين 9

لتكن (u_n) **متتالية حسابية حدها الأول** $u_0 = 2$ **و أساسها** $r = 3$

- **احسب** u_7 **و** u_{11}
- **احسب :** $S = u_0 + u_1 + ... + u_{99}$

تمرين 10

لتكن (u_n) **متتالية حسابية حدها الأول** $u_0 = -1$ **.**

- **احسب** r **أساس المتتالية علما أن** $u_{10} = 59$
- **احسب :** $S = u_3 + u_4 + ... + u_{22}$

تمرين 11

لتكن (u_n) **متتالية حسابية حدها الأول** u_0 **و أساسها** r

- **احسب** r **و** u_0 **علما أن :** $u_3 = 12$ **و** $u_{17} = 82$
- **احسب :** $S = u_0 + u_1 + ... + u_n$ **بدلالة** n

تمرين 12

لتكن (u_n) **متتالية هندسية حدها الأول** $u_0 = 3$ **و أساسها** $r = 2$

- **احسب** u_3 **و** u_6
- **احسب :** $S = u_0 + u_1 + ... + u_5$

تمرين 13

لتكن (u_n) **هندسية أساسها** $r = \frac{1}{2}$ **.**

- **احسب** u_0 **علما أن** $u_3 = \frac{5}{8}$
- **احسب :** $S = u_1 + u_2 + ... + u_n$ **بدلالة** n

تمرين 14

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) **و** (v_n) **المعرفتين كما يلي :** $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{9}{6 - u_n} \end{cases}$ **و** $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

- **بين أن** (v_n) **متتالية حسابية محددا أساسها و حدها الأول**
- **احسب** v_n **بدلالة** n
- **استنتج حساب** u_n **بدلالة** n
- **احسب مجموع الحدود السبعة الأولى للمتتالية** (v_n)

تمرين 15

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) **و** (v_n) **المعرفتين كما يلي :** $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{5} u_n + 1 \quad n \geq 0 \end{cases}$ **و** $v_n = u_n - \frac{5}{3}$

- **بين أن** (v_n) **متتالية هندسية محددا أساسها و حدها الأول**
- **احسب** v_n **و** u_n **بدلالة** n
- **احسب :** $S = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1}$ **بدلالة** n

تمرين 16

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) **و** (v_n) **المعرفتين كما يلي :** $\begin{cases} u_0 = 1 \, , u_1 = 4 \\ u_{n+2} = \frac{3}{2} u_{n+1} - \frac{1}{2} u_n \end{cases}$ **و** $v_n = u_{n+1} - u_n$

- **احسب** u_2 **و** u_3 **و** v_0 **و** v_1
- **بين أن** (v_n) **متتالية هندسية ثم أوجد حدها العام**
- **بين أن :** $v_0 + v_1 + ... + v_{n-1} = u_n - u_0$
- **استنتج الحد العام للمتتالية** (u_n)

تمرين 17

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \ , \ v_0 = 7 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n + v_n}{3} \ ; \ v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2} \end{cases}$$

1- احسب u_1 و u_2 و v_1 و v_2

2- نعتبر المتتالية : $w_n = u_n - v_n$

أ- بين أن (w_n) متتالية هندسية محددا أساسها

ب- أوجد الحد العام للمتتالية (w_n)

3- نعتبر المتتالية : $t_n = 3u_n + 2v_n$

أ- بين أن (t_n) متتالية ثابتة .

ب- أوجد الحد العام للمتتالية (t_n)

4- استنتج مما سبق تعبير كل من (u_n) و (v_n) بدلالة n .

تمرين 18

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \ , \ v_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 2v_n}{3} \ ; \ v_{n+1} = \dfrac{u_n + 4v_n}{5} \end{cases}$$

نعتبر المتتاليتين : $w_n = v_n - u_n$ و $t_n = 3u_n + 10v_n$

1- بين أن (w_n) متتالية هندسية ثم أوجد حدها العام .

2- بين أن (t_n) متتالية ثابتة ثم أوجد حدها العام .

3- استنتج مما سبق تعبير كل من (u_n) و (v_n) بدلالة n .

تمرين 19

لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r

1- احسب r و u_0 علما أن : $u_3 + u_4 + u_5 = -9$ و $u_6 = -7$

2- احسب : $S = u_0 + u_1 + ... + u_{100}$

تمرين 20

لتكن (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_0 = 3$ و أساسها $r = 2$

1- احسب : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1}$ بدلالة n

2- نعتبر المتتالية : $w_n = v_n^2$

أ- بين أن (w_n) متتالية هندسية .

ب- استنتج حساب المجموع $T_n = v_0^2 + v_1^2 + ... + v_{n-1}^2$ بدلالة n .

تمرين 21

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{3n+1} \end{cases}$$

1- احسب u_1 و u_2

2- بين أن $\forall n \in IN \quad u_n > 0$

3- ادرس رتابة المتتالية (u_n)

4-

أ- بين أن: $\forall n \in IN^* \quad \dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leq \dfrac{1}{4}$

ب- استنتج أن $\forall n \in IN^* \quad u_n \leq 8\left(\dfrac{1}{4}\right)^n$

تمرين 22

نعتبر المتتالية العددية (u_n) **المعرفة كما يلي :**

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n^2 + u_n - \dfrac{1}{4} \end{cases}$$

1- بين أن $\forall\, n \in IN \quad |u_n| < \dfrac{1}{2}$

2- أدرس رتابة (u_n)

3- بين أن: $\forall\, n \in IN \;\; u_n + \dfrac{1}{2} = \left(u_0 + \dfrac{1}{2}\right)^{2^n}$