المرجـــــح

مرجح نقطتين:

ليكن α و β عددين حقيقيين $\alpha+\beta\neq 0$

النقطة G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,\alpha);(B,\beta)$ إذا كان $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$

نتائج:

النقطة G مرجح النقطتين $(A,\alpha);(B,\beta)$ تنتمي إلى (AB)

ولدينا: $\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\overrightarrow{BA}$

خاصية مميزة: تكون مرجح النقطتين $(A,\alpha);(B,\beta)$ إذا وفقط إذا كان $(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}=\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}$ لكل M من المستوى

مرجح ثلاث نقط:

α و β و γ ثلاث أعداد حقيقية مع $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$

G مرجح النقط $(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)$ إذا كان

$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

خاصية مميزة:

تكون G مرجح النقط $(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)$ إذا وفقط إذا كان $(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}=\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}$ $(\forall M\in P)$

تجميعية المرجح: إذا كان G مرجح النقط (C,γ) $(A,\alpha);(B,\beta)$

و G' مرجح $(A,\alpha);(B,\beta)$ مع $\alpha+\beta\neq 0$ فإن النقطة G مرجح النقطتين $(G',\alpha+\beta);(C,\gamma)$

الأول:

♦ أنشئ النقطة G مرجح النقطتين $(A,2);(B,-1)$

♦ أنشئ النقطة E مرجح النقطتين $(A,1);(B,3)$

♦ أنشئ النقطة F مرجح النقطتين $(A,-3);(B,5)$

الثاني:

ABC مثلث في المستوى

G نقطة بحيث B هي مرجح النقطتين $(A,2);(G,1)$ بين أن G هي مرجح النقطتين $(A,2);(B,-3)$

الثالث:

ليكن ABC مثلث في المستوى (P)

أنشئ النقطة D بحيث $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

بين أن A مرجح النقطتين $(D,-2);(B,3)$

أنشئ G مرجح $(D,-2);(C,3)$

بين أن $\overrightarrow{AG}$ و $\overrightarrow{BC}$ مستقيميتين

الرابع:

ABC مثلث في المستوى (P) و I منتصف القطعة $[AC]$ و G نقطة بحيث $\overrightarrow{AC}=\frac{6}{5}\overrightarrow{BG}$

① بين أن G مرجح $(A,5),(B,-6),(C,-5)$

② لتكن N مرجح $(B,3);(C,5)$ بين أن B مرجح النقطتين $(C,5);(N,-8)$

③ استنتج أن G مرجح $(N,16);(A,-5);(C,-5)$

④ بين أن G و N و I مستقيمية

الخامس:

ABC مثلثا و Q نقطة بحيث $\overrightarrow{CQ}=\frac{1}{5}\overrightarrow{CB}$

❶ بين أن Q مرجح النقطتين $(B,1);(C,4)$

❷ لتكن P مرجح $(A,-1);(C,4)$ **بين أن** C مرجح النقطتين $(A,1);(P,3)$

❸ أتبث أن Q مرجح $(B,1);(A,1);(P,3)$

❹ ليكن I منتصف $[AB]$ بين أن P و Q و I مسقيمية

❺ نفترض أن $A(-1,2);B(-3,-1);C(2,-1)$ حدد إحداثيات النقطتين Q و P

السادس:

ABC مثلثا و E مرجح النظمة $\left\{(B,\frac{1}{3});(C,-1)\right\}$ و

F نقطة بحيث $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

بين أن $\overrightarrow{BE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ وأنجز شكلا

بين أن مرجح $(A,1);(B,\frac{1}{3})$

أحسب $\overrightarrow{EF}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$

لتكن J منتصف $[AC]$ بين أن J و E و F مستقيمية

السابع:

ليكن ABC مثلث في المستوى (P) و G_1 بحيث $\overrightarrow{AG_1}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

1) بين أن G_1 مرجح النقطتين $(A,3);(C,2)$

2) لتكن G نقطة بحيث B مرجح $(A,9),(C,6),(G,-5)$

بين أن G مرجح $(A,9);(B,-10);(C,6)$

3) بين أن G_1 و G و B مستقيمية