الحساب المثلثي

تمرين 1

x و y عددان من $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ وبحيث $x+y=\frac{\pi}{4}$

و $\tan x\tan y=3-2\sqrt{2}$ أحسب $\tan x+\tan y$

ثم حدد $\tan x$ و $\tan y$

تمرين2

ليكن α عنصر من $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ وبحيث $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

أحسب $\cos 2\alpha$ ثم حدد قيمة α

تمرين 3

ليكن β من $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ وبحيث $\tan\beta=1-\sqrt{2}$

أحسب $\tan 2\beta$ ثم استنتج قيمة β

تمرين3

بين ما يلي :

$\frac{\sin 3x}{\sin x}+\frac{\cos 3x}{\cos x}=4\cos 2x$ ⇦

$(\cos 5x+\cos x)^2+(\sin 5x+\sin x)^2=4\cos^2 2x$ ⇦

$\frac{\cos\frac{\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}}{\cos\frac{\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}}=\sqrt{3}$ ⇦

$\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos^2 x-\frac{1}{4}$ ⇦

تمرين4

① بين أن $2\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\frac{1}{2}+\cos 2x$

② خذ $x=-\frac{\pi}{12}$ وحدد $\sin\frac{5\pi}{12}$

تمرين5

نضع $F(x)=4\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

① بين أن $F(x)=\sqrt{3}-2\sin 2x$

② أحسب $F\left(\frac{\pi}{12}\right)$ ثم استنتج أن $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

تمرين6

❶ بين أن $\cos x+\sin x=\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$

❷ ضع $x=\frac{\pi}{8}$ وبين أن $\tan\frac{\pi}{8}=\sqrt{2}-1$

تمرين7

➢ بين أن $\sin x-\sqrt{3}\cos x=2\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

➢ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\sin x-\sqrt{3}\cos x=2$

تمرين 8

← تحقق أن $\sqrt{3}\cos x+\sin x=2\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$

← بين أن $-1+\frac{1}{2}\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)^2=\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$

← حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)^2=2+\sqrt{3}$

تمرين9

1ـ بين أن $\sqrt{3}\sin a+\cos a=2\sin\left(a+\frac{\pi}{6}\right)$

و $\sqrt{3}\sin a-\cos a=2\sin\left(a-\frac{\pi}{6}\right)$

2ـ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\cos 5x+\cos x=\sqrt{3}(\sin x-\sin 5x)$

تمرين10

نضع $f(x)=\sin 2x+\cos 2x-1+\sin x-\cos x$

بين أن $\sin 2x+\cos 2x=1+2\sin x(\cos x-\sin x)$

استنتج تعميلا ل $f(x)$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$

بين أن $f(x)=\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)(2\sin x-1)$

حل في المجال $\left]-\frac{5\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right[$ المتراجحة $f(x)\geq 0$

تمرين 11

نضع $g(x)=2\cos^3 x-\cos x+2\sin x-2\sin^3 x$

بين أن $2\cos^3 x-\cos x=\cos x\ \cos 2x$

$2\sin x-2\sin^3 x=\cos x\ \sin 2x$

أثبت أن $g(x)=\sqrt{2}\cos x\ \cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $2\cos^3 x-\cos x=2\sin^3 x-2\sin x$

تمرين12

نضع $h(x)=2\cos x(\cos 3x-\cos x+\sin 2x)$

أكتب كل من $\sin 3x+\sin x$ و $\cos 3x-\cos x$ على شكل جداء

بين أن $h(x)=(1-2\sin 2x)(\sin 3x+\sin x)$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $2\cos x(\cos 3x-\cos x+\sin 2x)=0$

حل في المجال $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ المتراجحة $h(x)\leq 0$