فرض محروس 3

التمرين الأول

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها $r \neq 0$ و $U_0 = 4$ وبحيث $U_1\ ;\ U_4\ ;\ U_{12}$ حدود متتابعة لمتتالية هندسية

1. بين أن الأساس $r = 5$
2. أحسب الجمع $S = U_0 + U_1 + \ldots + U_{12}$

التمرين الثاني

نعتبر المتتاليتين $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفتين بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \dfrac{2(2U_n - V_n + 2)}{3} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} V_0 = 1 \\ V_{n+1} = \dfrac{5V_n - U_n + 2}{3} \end{cases}$$

ونضع $a_n = U_n - 2V_n$ و $b_n = U_n + V_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

1. أحسب $U_1\ ;\ V_1$
2. أ- بين أن $(a_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = 2$
   ب- أحسب الحد العام a_n بدلالة n
   ج- أحسب الجمع $S_n = a_0 + a_1 + \ldots. + a_n$ بدلالة n
3. أ- بين أن $(b_n)_n$ متتالية حسابية أساسها $r = 2$
   ب- أحسب الحد العام b_n بدلالة n
   ج- أحسب الجمع $T_n = b_1 + b_2 + \ldots. + b_n$ بدلالة n
4. استنتج مما سبق تعبير كل من $U_n\ ;\ V_n$ بدلالة n

فرض محروس 3

التمرين الأول

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية وبحيث $S_n = U_0 + U_1 + \ldots. + U_{n-1} = \dfrac{2n^2 + n}{3}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1. أحسب U_0 و U_1
2. حدد U_n بدلالة n

التمرين الثاني

نعتبر المتتاليتين $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفتين بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \dfrac{13U_n - V_n}{12} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} V_0 = 7 \\ V_{n+1} = \dfrac{3V_n + U_n}{4} \end{cases}$$

ونضع $W_n = V_n - U_n$ و $t_n = 3U_n - V_n$

1. أحسب $U_1\ ;\ V_1$
2. أ- بين أن $(W_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{5}{6}$
   ب- أحسب الحد العام W_n بدلالة n
   ج- أحسب الجمع $S_n = W_0 + W_1 + \ldots. + W_n$ بدلالة n
3. أ- بين أن $(t_n)_n$ متتالية ثابتة
   ب- حدد قيمة المتتالية $(t_n)_n$
4. استنتج مما سبق تعبير كل من $U_n\ ;\ V_n$ بدلالة n
5. بين أن $U_1 + U_2 + \ldots. + U_n = 4n + 5 - 5\left(\dfrac{5}{6}\right)^n$