التمرين الأول : (4 نقط)

لتكن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية حسابية أساسها r بحيث : $u_{15}=25$ و $u_{18}=34$.

1) بين أن : $r=3$ و $u_1=-17$. (2)

2) اكتب u_n بدلالة n من $\mathbb{N}^*$ (1)

3) احسب المجموع : $S=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_{18}$. (1)

التمرين الثاني : (9 نقط)

نعتبر المتتالية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي : $u_0=4$ و $u_{n+1}=\dfrac{4u_n+3}{u_n+2}$: $\forall n\in\mathbb{N}$.

1) احسب u_1 ثم بين ، بالترجع ،أن : $u_n>3$: $\forall n\in\mathbb{N}$. (1,5+0,5)

2) أ) تحقق من أن : $u_n^2-2u_n-3=(u_n+1)(u_n-3)$: $\forall n\in\mathbb{N}$. (0,5)

ب) أثبت أن $(u_n)_n$ متتالية تناقصية قطعا. استنتج أن : $3<u_n\leq 4$: $\forall n\in\mathbb{N}$. (0,5+1)

3) لتكن $(v_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $v_n=\dfrac{u_n-3}{u_n+1}$: $\forall n\in\mathbb{N}$.

أ) بين أن $(v_n)_n$متتالية هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{5}$ و احسب حدها الأول v_0. (0,5+1)

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n=\dfrac{3\times 5^{n+1}+1}{5^{n+1}-1}$: $\forall n\in\mathbb{N}$. (1+0,5)

4) نضع : $S_n=v_0+v_1+v_2+....v_{n-1}$: $\forall n\in\mathbb{N}^*$. بين أن : $S_n=\dfrac{1}{4}\left(1-\dfrac{1}{5^n}\right)$. (1)

5) أ) بين أن : $u_{n+1}-3\leq\dfrac{1}{5}(u_n-3)$: $\forall n\in\mathbb{N}$. (0,5)

ب) استنتج أن $u_n-3\leq\left(\dfrac{1}{5}\right)^n$: $\forall n\in\mathbb{N}^*$. (0,5)

التمرين الثالث : (7 نقط)

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي :

$f(x)=\sqrt{3-x}$ و $g(x)=\dfrac{x-3}{x-1}$.

1) حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g ثم ضع جدول تغيرات الدالة g. (1+0,5)

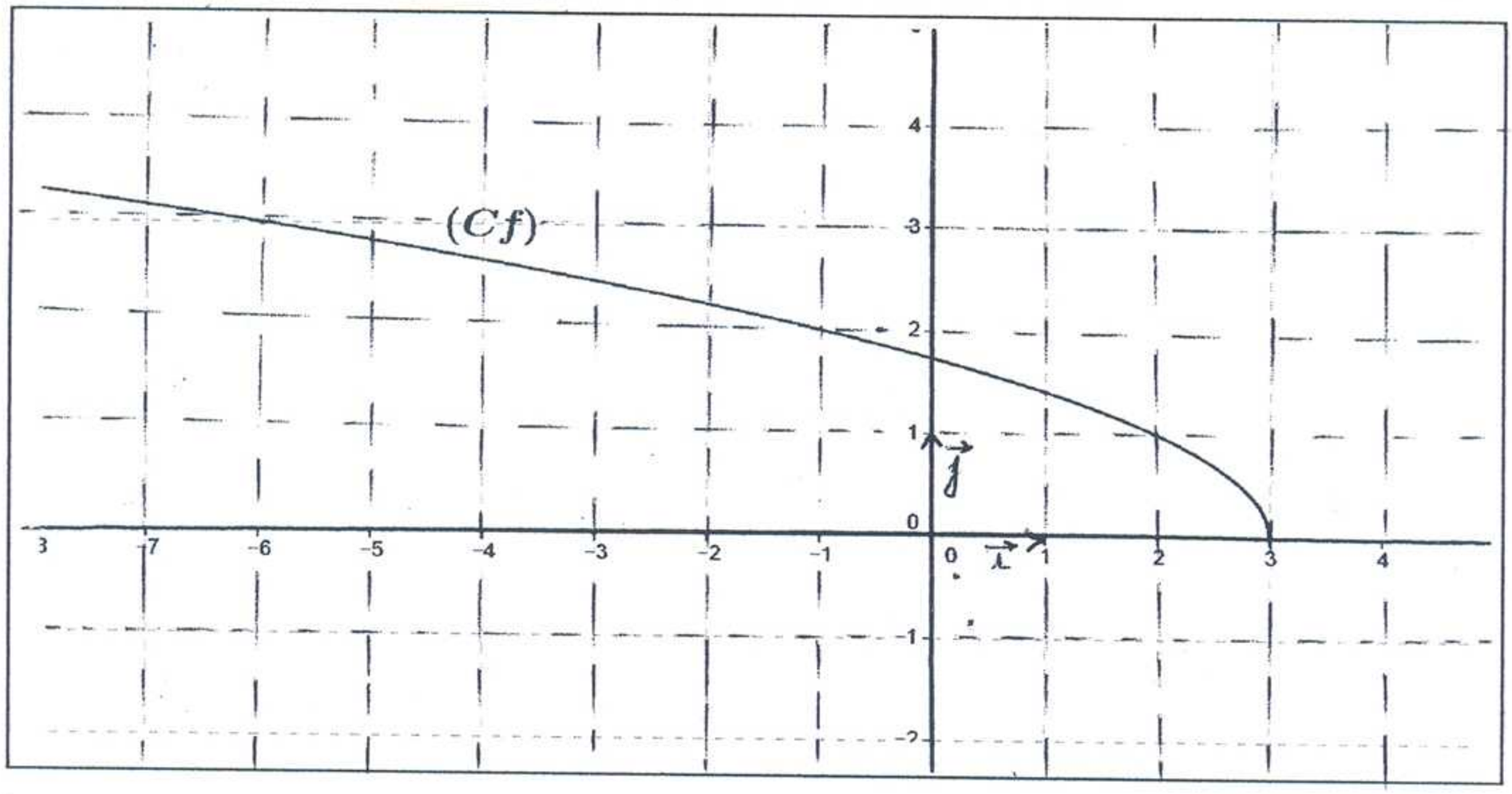
2) بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي : $D_f=]-\infty;3]$. (0,5)

3) أ) بين أن مجموعة تعريف الدالة $g\circ f$ هي : $D_{g\circ f}=]-\infty;2[\cup]2;3]$. (1)

ب) احسب $g\circ f(x)$ لكل x من $D_{g\circ f}$. (0,5)

يتبع ....

4) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$ كالتالي :



أ) انطلاقا من التمثيل المبياني أعلاه ، اعط جدول تغيرات الدالة f . (1)

ب) حدد مبيانيا : $f([2;3])$ و $f(]-\infty;2[)$. $(0,5+0,5)$

ج) حدد تغيرات الدالة $g\circ f$ على كل من المجالين $[2;3[$ و $]-\infty;2[$. $(0,75+0,75)$

انتهى .