

(I) بين ، باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس ، أنه لكل x من \mathbb{R}^+ لدينا :

$$(2) \quad [x \neq 1] \Rightarrow \left[\frac{3-x}{1+\sqrt{x}} \neq 2 - \sqrt{x} \right]$$

(0,5) (II) 1 بين أن : $(\forall y \in \mathbb{R}^+) : y - 2\sqrt{y} + 2 > 0$

(0,75) (2) أ) اكتب نفي العبارة (P) التالية : $(P) : [(\forall x \in \mathbb{R}); (\exists y \in \mathbb{R}^+) : x + y \leq x\sqrt{y}]$

(0,75) ب) بين أن العبارة (P) خاطئة.

(2) (III) 1 بين ، بالترجع ، أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$

(0,5) 2 احسب المجموع : $1 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^6$ (تأخذ $3^7 = 2187$)

الجزء الثاني:

(I) لتكن k الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

$$k(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - x + 1}$$

(0,5) 1 بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 - x + 1 > 0$

(1) 2 - بين أن الدالة k مكبورة بالعدد 3 على \mathbb{R} .

(0,5) ب- بين أن 3 هي القيمة القصوى للدالة k .

(II) نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي : $f(x) = x^2 - 4x + 1$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$

وليكن (\mathcal{C}_f) و (\mathcal{C}_g) منحنيا الدالتين f و g على التوالي في $M \times M (\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j})$.

(1+0,5) 1 أ- حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g ثم ضع جدول تغيراتها.

(1) ب - انشئ ، في المعلم $(\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j})$ ، المنحنى (\mathcal{C}_g) .

(0,5×2) ج - حدد ، مبيانيا : $g([-1; 3])$ و $g([3; +\infty[)$.

(1) 2 أ- ضع جدول تغيرات الدالة f .

(1,5) ب- انشئ ، في نفس المعلم أعلاه ، المنحنى (\mathcal{C}_f) . (استعمل لون لكل منحنى)

(1) 3 حل ، في المجال $[-1; 4]$ ، مبيانيا المتراجحة : $\sqrt{x+1} + 4x > x^2 + 1$.

(4) 4 لتكن h الدالة العددية المعرفة على $[-1; +\infty[$ بما يلي : $h(x) = x - 4\sqrt{x+1} + 2$

(1) أ- حدد $D_{f \circ g}$ مجموعة تعريف الدالة $f \circ g$.

(1) ب- تحقق من أن : $(\forall x \in [-1; +\infty[) : h(x) = f \circ g(x)$.

(2) ج- بين أن الدالة h تناقصية قطعاً على $[-1; 3]$ و تزايدية قطعاً على $[3; +\infty[$.

(0,5) 5 استنتج أنه : $(\forall x \in [-1; +\infty[) : x + 5 \geq 4\sqrt{x+1}$