التمرين الأول: (9 نقط)

أحسب النهايات التالية:

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+x-1}{x^3-5}$
2. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2-x-4}{\sqrt{x+5}+2x}$
3. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{10-5x}{x^2-6x+9}$
4. $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^4-2x^3+1}-x$
5. $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{2x^2-x+1}+3x$
6. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{5x^3+x-1}}{2x+1}$
7. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos(5x)}{x\cdot\sin(3x)}$
8. $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{4x^2-x+2}-2x$
9. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\tan(x-2)}{x^2-4}$

التمرين الثاني: (5 نقط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $u_0=1$ و $(\forall n\in\mathbb{N}):\ u_{n+1}=\dfrac{2u_n-1}{2u_n+5}$

1. بين أن: $(\forall n\in\mathbb{N}):\ u_n>1$ (1)
2. نضع: $(\forall n\in\mathbb{N}):\ v_n=\dfrac{2u_n+1}{u_n+1}$

أ- بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $q=\dfrac{3}{4}$. (1.5)

ب- أحسب v_n بدلالة n. (0.5)

ج- استنتج u_n بدلالة n. (1)

د- أحسب بدلالة n المجموع: $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ (1)

التمرين الثالث: (6 نقط)

نضع: لكل x من $\mathbb{R}$: $A(x)=\sqrt{3}\left(4\cos^4x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x$

1. أحسب: $A\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ و $A\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$. (1)
2. أ- بين أنه لكل x من $\mathbb{R}$: $4\cos^2x-\sin^2 2x=4\cos^4x$ (1)

ب- استنتج أنه لكل x من $\mathbb{R}$: $A(x)=4\cos x\left(\sqrt{3}\cos x-\sin x\right)$ (1)

ج- بين أنه لكل x من $\mathbb{R}$: $A(x)=8\cos x\cdot\cos\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$. (1)

3. أ- حل في المجال $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ المعادلة: $A(x)=0$. (1)

ب- حل في المجال $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ المتراجحة: $A(x)>0$. (1)