الدوران

تمارين و حلول

تمرين1

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين في A حيث $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\pi}{2}\quad[2\pi]$

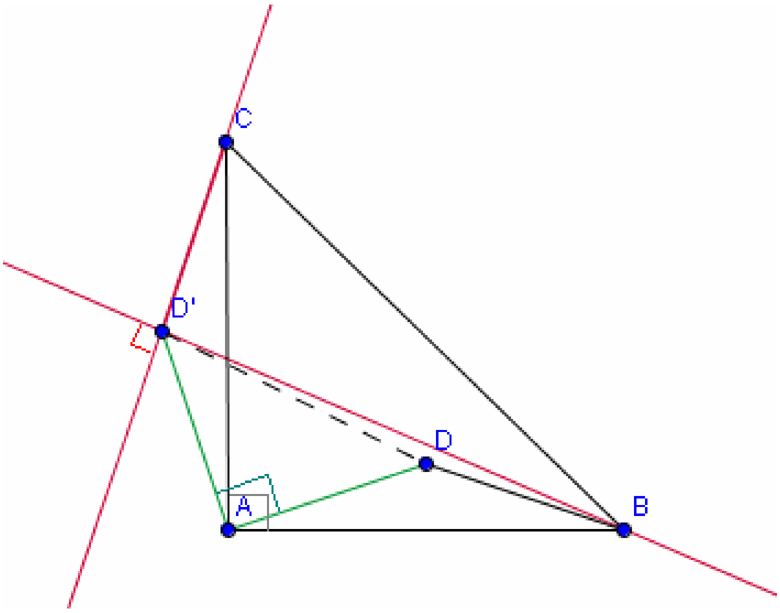
وD نقطة داخل المثلث ABC . ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1- أنشئ D' صورة D بالدوران r

2- بين أن $BD=CD'$; $(BD)\perp(CD')$

الحل

1- ننشئ D' صورة D بالدوران r



2- نبين أن $BD=CD'$; $(BD)\perp(CD')$

لدينا $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\pi}{2}\quad[2\pi]$ و ABC مثلث متساوي الساقين في A و منه $r(B)=C$

و حيث $r(D)=D'$ فان $BD=CD'$ لأن الدوران يحافظ على المسافة

لدينا $r(B)=C$ و $r(D)=D'$ و زاوية الدوران هي $\frac{\pi}{2}$ و منه $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{CD'}\right)=\frac{\pi}{2}\quad[2\pi]$

إذن $(BD)\perp(CD')$

تمرين2

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين وقائم لزاوية في B حيث $\left(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}}\right)$ زاوية

غير مباشرة. لتكن O منتصف $[AC]$ و E و F نقطتين حيث $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

ليكن r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

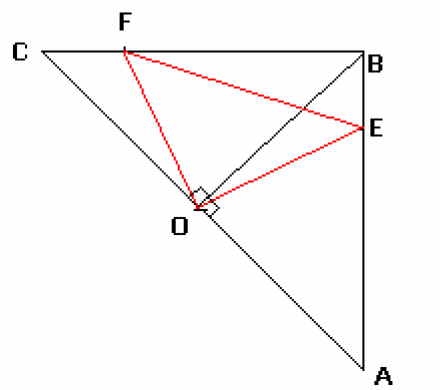
1- أنشئ الشكل

2- حدد صورتي A و B بالدوران r

3- نضع $r(E)=E'$ بين أن $E'=F$ استنتج طبيعة المثلث OEF

الحل

1- الشكل



2- نحدد صورتي A و B بالدوران r

لدينا ABC مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في B و O منتصف $[AC]$ ومنه $(OB)\perp(AC)$

و $OA=OB=OC$

لدينا $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)\equiv\frac{\pi}{2}$ و $OA=OB$ و منه $r(A)=B$

لدينا $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}$ و $OC=OB$ و منه $r(B)=C$

1- نبين أن $E'=F$ نستنتج طبيعة المثلث OEF

$r(E)=E'$ و $r(A)=B$ و $r(B)=C$ و $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ ومنه $\overrightarrow{BE'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

وحيث $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ فان $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BE'}$ إذن $E'=F$

ومنه $r(E)=F$ و حيث r دوران زاويته $\frac{\pi}{2}$ فان OEF مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في O

تمرين3

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا قائم الزاوية في A و $[2\rho]$ $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right)\equiv\alpha$ و r الدوران الذي مركزه B و زاويته α

1- أنشئ E و F حيث $r(C)=F$; $r(A)=E$

2- بين أن $(EF)\perp(BC)$

3- لتكن $(AC)\cap(EF)=\{I\}$ و $r(I)=J$ و $(AB)\cap(IJ)=\{K\}$

أ- بين أن النقط E و F و J مستقيمية

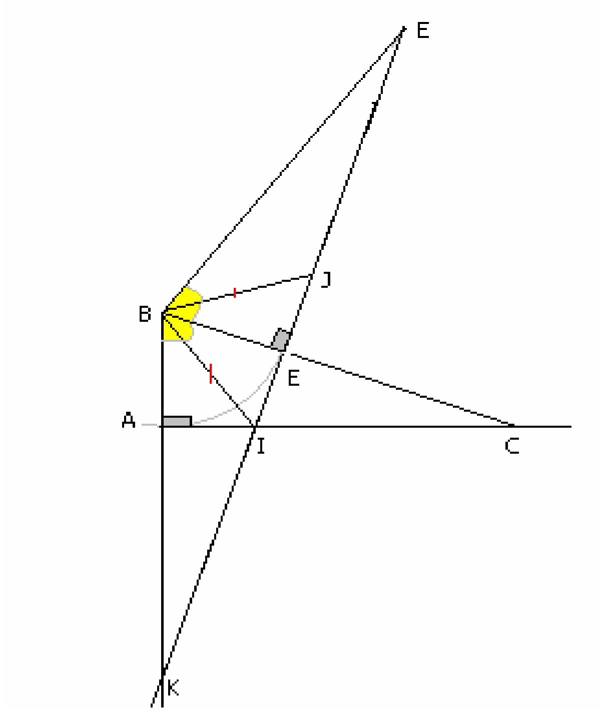
ب- بين أن E منتصف $[Ij]$

4- لتكن $(AB)\cap(IJ)=\{K\}$.

بين أن $r(K)=C$

الحل

1- ننشئ E و F حيث $r(C)=F \quad ; \quad r(A)=E$



2- بين أن $(EF)\perp(BC)$

بما أن $r(C)=F \quad ; \quad r(A)=E$ و $r(B)=B$ فان $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)\equiv\left(\overrightarrow{EF};\overrightarrow{EB}\right)$

وحيث أن $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$ فان $\left(\overrightarrow{EF};\overrightarrow{EB}\right)\equiv\frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$ ومنه $(EF)\perp(EB)$

لدينا $r(B)=B$ و $r(A)=E$ ومنه $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BE}\right)\equiv\alpha\equiv\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right) \quad [2\pi]$ و بالتالي $(BC)=(BE)$

إذن $(EF)\perp(BC)$

3- أ- نبين أن النقط E و F و J مستقيمية

لدينا I و C و A مستقيمية و $r(C)=F \quad ; \quad r(A)=E$ و $r(I)=J$

ومنه النقط J و E و F مستقيمية

ب- نبين أن E منتصف $[IJ]$

لدينا $r(I)=J$ و منه BIJ مثلث متساوي الساقين في الرأس B

وحيث أن $(IJ)\perp(EB)$ لأن $(IJ)=(EF)$ ومنه (EB) ارتفاع في المثلث BIJ

و بالتالي (EB) متوسط للمثلث BIJ إذن E منتصف $[IJ]$

4- نبين أن $r(K)=C$

$(AB)\cap(IJ)=\{K\}$

لدينا $\left(\overrightarrow{BK};\overrightarrow{BC}\right)\equiv\alpha\equiv\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BF}\right) \quad [2\pi]$ ومنه (BC) منصف $\left(\widehat{KBF}\right)$ وحيث أن $(EF)\perp(BC)$

فان المثلث KBF مثلث متساوي الساقين في الرأس B ومنه $BF=BK$

وحيث أن $r(C)=F$ فان $BC=BF$ و بالتالي $BC=BK$

إذن لدينا $\left(\overrightarrow{BK};\overrightarrow{BC}\right)\equiv\alpha \quad [2\pi]$ و $BC=BK$ ومنه $r(K)=C$