

Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équation différentielle du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
07/12/2015		TD5

# Systemes régis par une équation différentielle du 1° et du 2° ordre

## TD5

### *Etude d'un système régi par une équation différentielle du 2° ordre*

Programme - Compétences		
A31	ANALYSER	Architectures fonctionnelle et structurelle : - chaîne directe - système asservi - commande
A51	ANALYSER	Grandeurs utilisées: - unités du système international - homogénéité des grandeurs
B24	MODELISER	Systèmes linéaires continus et invariants: - Modélisation par équations différentielles - Calcul symbolique - fonction de transfert; gain, ordre, classe, pôles, zéros
B25	MODELISER	Signaux canoniques d'entrée: - échelon
B26	MODELISER	Schéma-bloc: - fonction de transfert en chaîne directe - fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée
B28	MODELISER	Modèles de comportement
C21	RESOUDRE	Réponses temporelle et fréquentielle: - systèmes du 1er et 2e ordre - intégrateur
C23	RESOUDRE	Rapidité des SLCI: - temps de réponse à 5%

Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
07/12/2015		TD5

## Exercice 1: Système du 2° ordre

### *Mise en situation*

Lors du TD précédent, nous avons étudié une fraiseuse dont l'un des systèmes automatiques permet de piloter la table support de la pièce à usiner en vitesse afin d'assurer de bonnes conditions de coupe.



Rappelons que pour avoir de bonnes conditions de coupe, la vitesse d'avance doit être égale à  $V_a = 0,3 \text{ m/s}$  avec une tolérance de 2%. Compte tenu des dimensions de la machine, cette vitesse doit être atteinte en moins d'une seconde et sur une distance de moins de 15 cm. La vitesse peut dépasser la vitesse de consigne de quelques pourcents avant de se stabiliser au plus près de la consigne. Enfin, l'intensité moteur ne doit pas dépasser 35 A au risque de le détériorer.

Reprenons le schéma bloc du système asservi mis en place. Nous avons mis en évidence une erreur statique importante de l'asservissement lorsque l'on demande une vitesse de la table de  $0,3 \text{ m/s}$  et nous avons vu qu'il n'était pas possible d'utiliser un correcteur proportionnel (gain uniquement) du type  $C(p) = A$  permettant de diminuer l'écart statique sans dépasser des valeurs d'intensité risquant d'endommager le moteur.

Nous proposons donc maintenant de modifier le correcteur en choisissant un correcteur à action proportionnelle-intégrale :

$$C(p) = \frac{A}{p}$$

On rappelle les valeurs obtenues au TD4 :

$$K_m = 5,92 \text{ V.s.rad}^{-1} \quad ; \quad T_m = 0,157 \text{ s} \quad ; \quad k_{ve} = 7,96 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{rad}} \quad ; \quad k_v = 10$$

**Question 1:** Rappeler le schéma bloc de l'asservissement et la fonction de transfert associée en prenant en compte le correcteur  $C(p)$ .

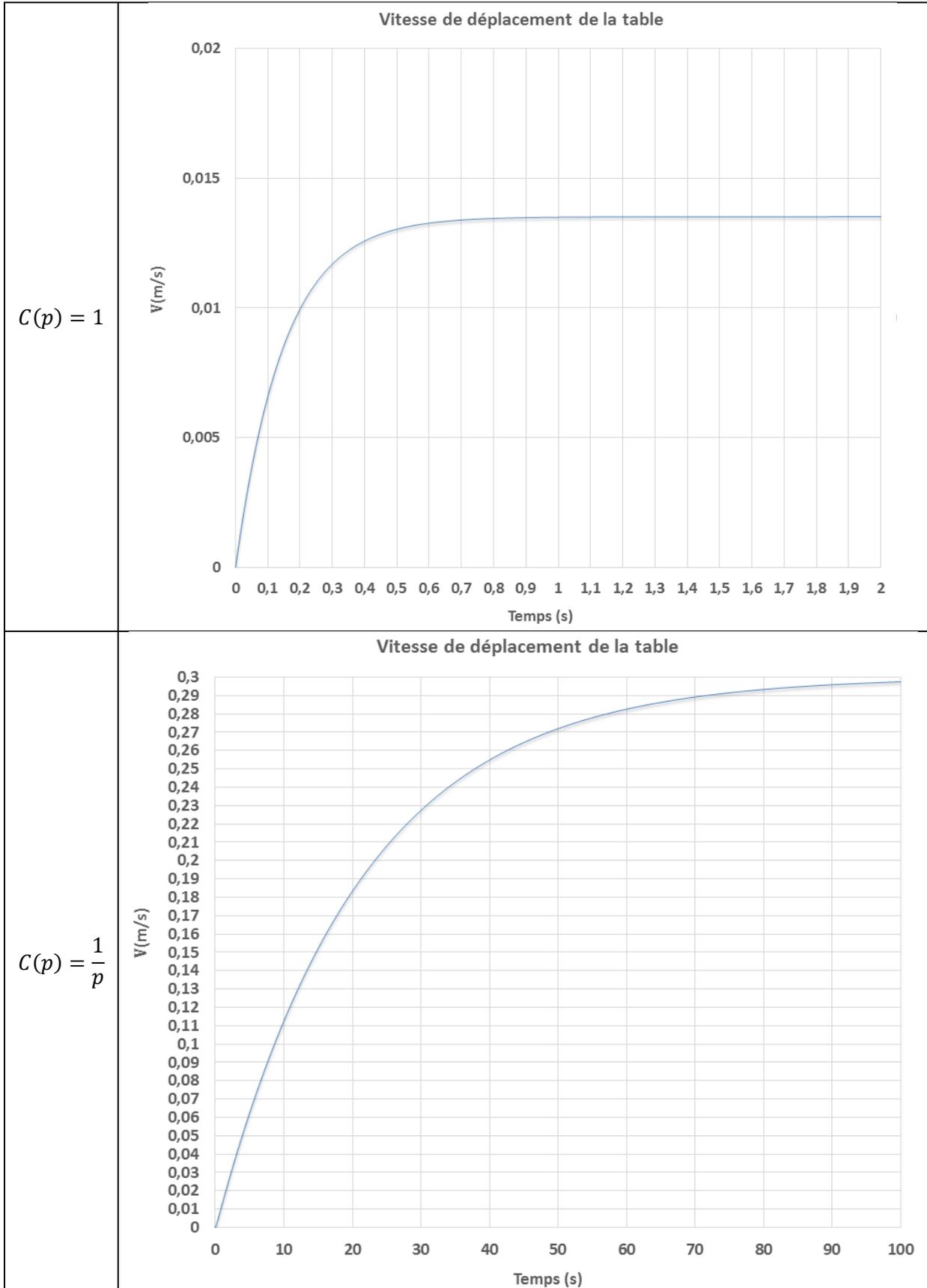
**Question 2:** Remplacer  $C(p)$  dans la fonction de transfert, la mettre sous la forme canonique d'un système du second ordre et donner l'expression littérale de ses coefficients caractéristiques

**Question 3:** En déduire le modèle simple du système composé d'un bloc reliant  $V_t(p)$  et  $V_c(p)$

**Question 4:** Que peut-on dire de la précision du système

**Question 5:** Démontrer ce résultat à l'aide du théorème de la valeur finale

On donne la réponse du système avant et après avoir ajouté le nouveau correcteur avec  $A = 1$ .



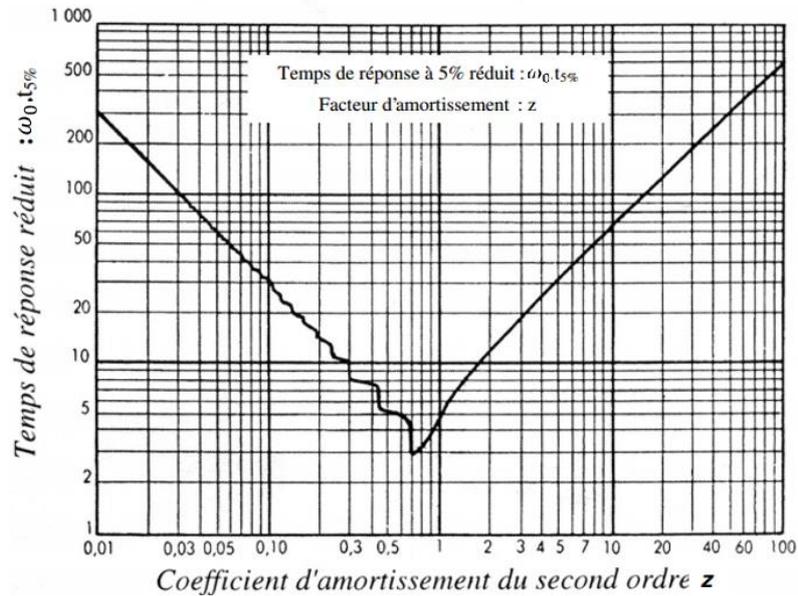
**Question 6: Décrire l'évolution du comportement de l'asservissement**

Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
07/12/2015		TD5

**Question 7: Déterminer le coefficient d'amortissement dans le cas étudié**

**Question 8: Déterminer le temps de réponse à 5% du système corrigé sur la courbe de réponse**

**Question 9: Déterminer ce temps à l'aide du graphique des temps de réponse en fonction de  $z$**

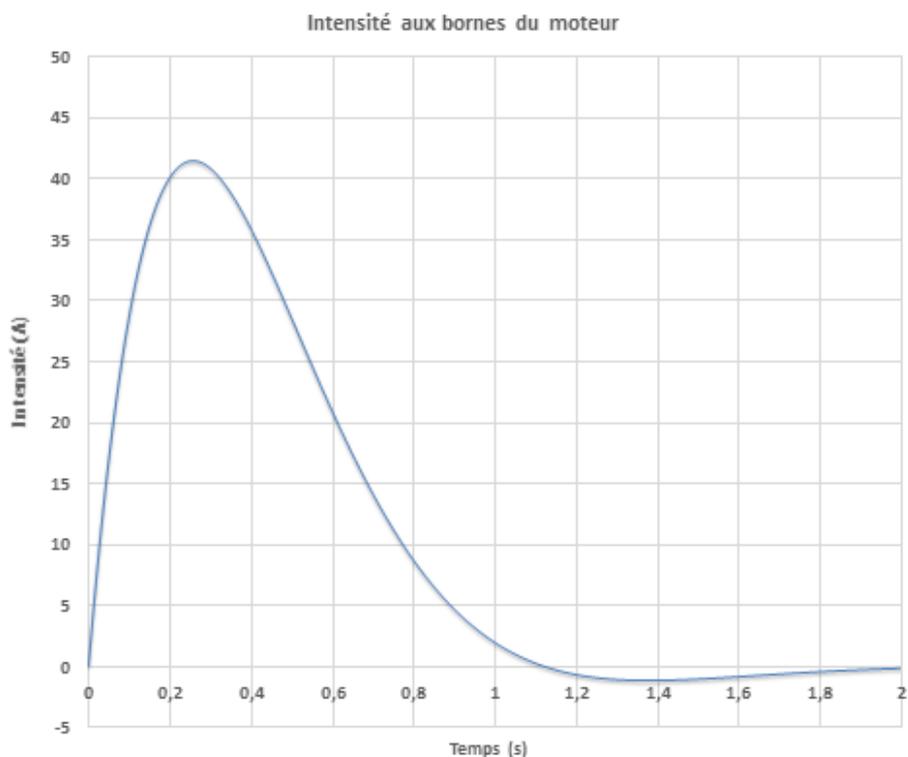


Maintenant que le système est précis, on souhaite le rendre plus rapide afin de répondre au critère de temps du cahier des charges. Pour cela, on joue sur le correcteur en modifiant la valeur de  $A$ .

**Question 10: Proposer les valeurs de  $A$  permettant d'obtenir les régimes les plus rapides avec et sans dépassement et indiquer le temps de réponse à 5% dans chaque cas**

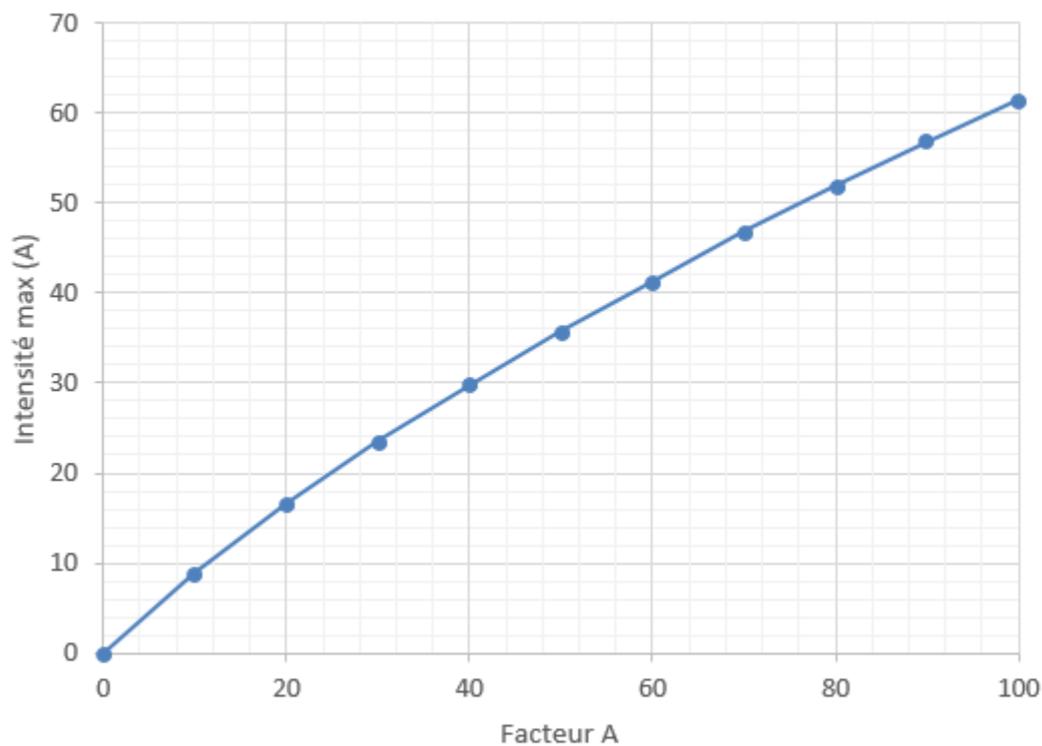
Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
07/12/2015		TD5

On présente ci-dessous la courbe d'évolution de l'intensité entrant dans le moteur en fonction du temps pour  $A = 60$  :



On remarque que l'intensité maximale entrant dans le moteur est obtenue peu de temps après le démarrage.

On propose ci-dessous une courbe donnant l'intensité maximale entrant dans le moteur en fonction du facteur  $A$  :



Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équa. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
07/12/2015		TD5

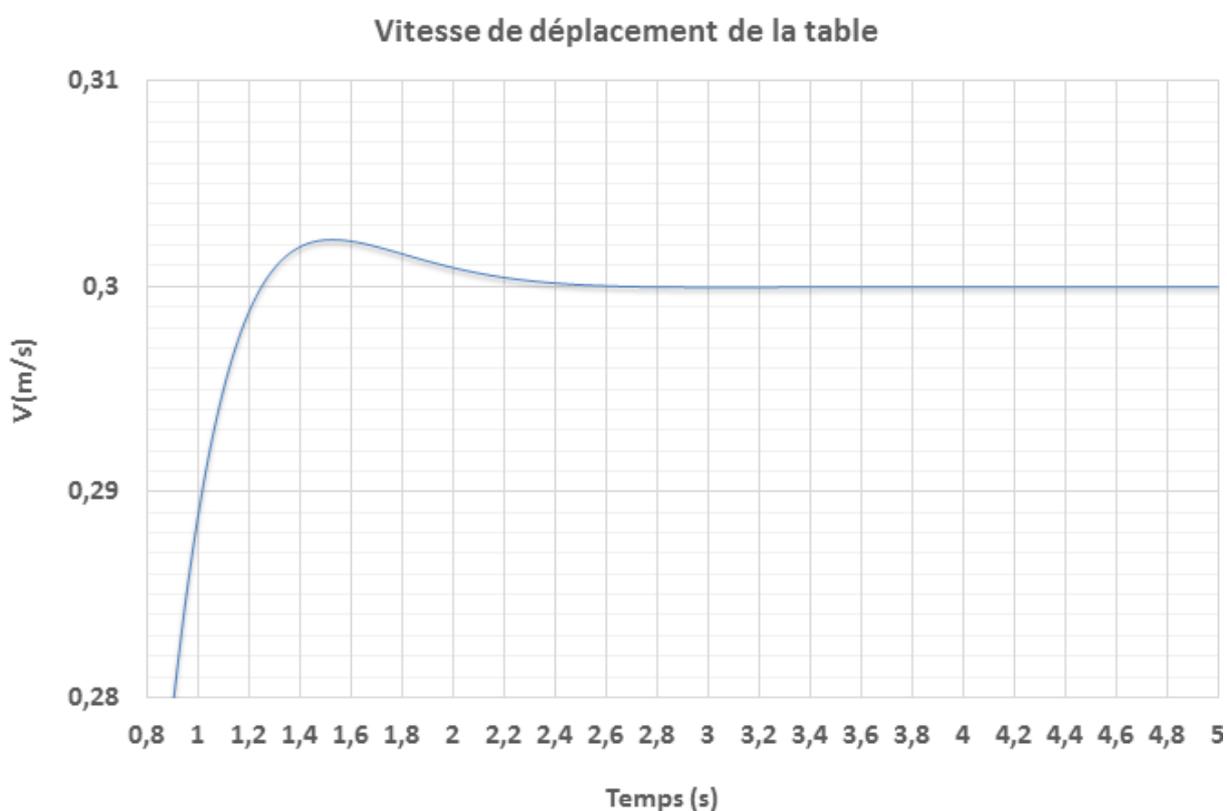
**Question 11: Compte tenu du cahier des charges, préciser la valeur limite  $A_{max}$  que l'on peut prendre**

**Question 12: En déduire le coefficient d'amortissement et temps de réponse à 5% du système**

**Question 13: Finalement, préciser le correcteur retenu et récapituler les performances du système vis-à-vis du cahier des charges**

Il reste à valider les critères de dépassement et de distance parcourue pour atteindre la vitesse de consigne.

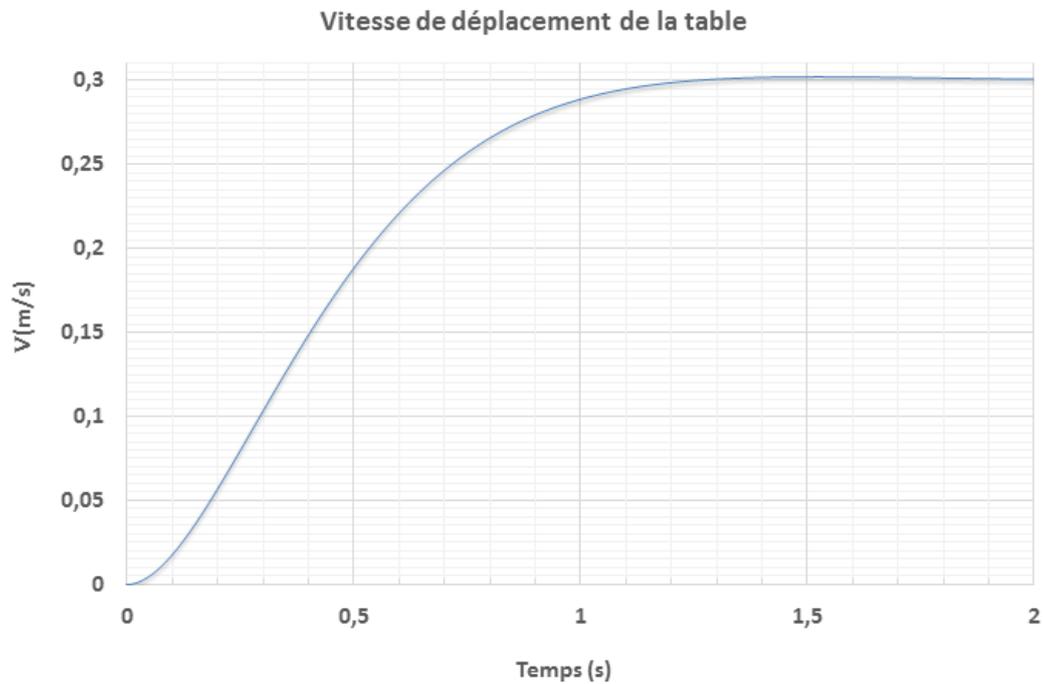
On donne la fin de la courbe de réponse du système pour  $A = A_{max}$ . On souhaite caractériser le dépassement obtenu.



**Question 14: Calculer le dépassement théorique de la réponse du système, le comparer à la valeur obtenue et conclure vis-à-vis du critère du cahier des charges**

On donne la courbe de réponse lors de l'accélération de la table.

Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équa. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
07/12/2015		TD5



**Question 15: En précisant les hypothèses choisies, déterminer et commenter la distance parcourue par la table pendant le temps d'accélération de 0 à 95% de la valeur finale et conclure vis-à-vis du cahier des charges**