

Dernière mise à jour	Mécanismes – Vitesses –	Denis DEFAUCHY
07/12/2015	Accélération – Lois entrée/sortie	TD1 - Sujet

# Mécanismes

## Vitesses et accélération - Lois entrée/sortie

### TD1

*Vitesse et accélération par la définition*

*Dérivation vectorielle*

*Eolienne*

Programme - Compétences		
B29	MODELISER	Solide indéformable: - référentiel, repère - équivalence solide/référentiel - degrés de liberté - vecteur-vitesse angulaire de deux référentiels en mouvement l'un par rapport à l'autre
C26	RESOUDRE	Dérivée temporelle d'un vecteur par rapport à un référentiel Relation entre les dérivées temporelles d'un vecteur par rapport à deux référentiels distincts

Dernière mise à jour	Mécanismes – Vitesses –	Denis DEFAUCHY
07/12/2015	Accélération – Lois entrée/sortie	TD1 - Sujet

## *Calculs de vitesses par la définition*

### Exercice 1: Eolienne

#### *Mise en situation*



L'une des problématiques des éoliennes consiste à limiter la vitesse en bout de pôle à la vitesse du son afin d'éviter des phénomènes vibratoires pouvant conduire à la destruction de la structure.

Extraits du cahier des charges :

Vitesse du son	$V_s = 340 \text{ m.s}^{-1}$
Vitesse de rotation maximale de la nacelle pendant un temps court lors d'un coup de vent	$\omega_n = 30 \text{ tr/min}$
Vitesse de rotation maximale de la pôle	$\omega_p = 1 \text{ tr/s}$
Hauteur minimale du bout de pôle avec le sol	$h = 5 \text{ m}$
Longueur des pôles	Maximale

#### *Objectif*

Notre objectif est de déterminer la longueur maximale des pôles permettant de respecter les critères du cahier des charges et d'en déduire la hauteur minimale de la nacelle associée.

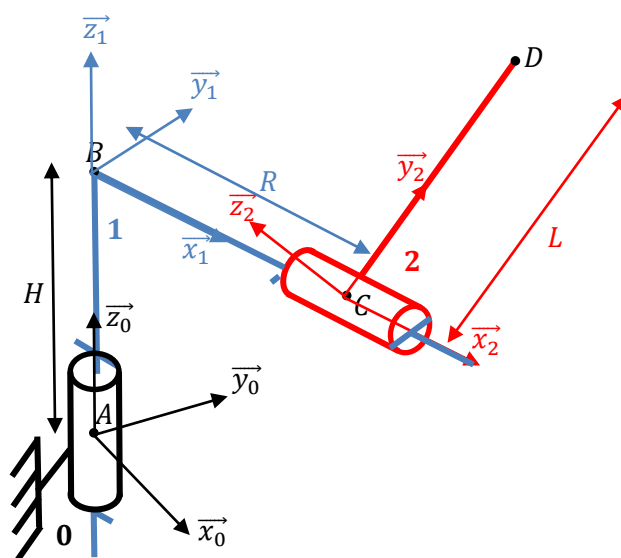
Dernière mise à jour 07/12/2015	Mécanismes – Vitesses – Accélérations – Lois entrée/sortie	Denis DEFAUCHY TD1 - Sujet
------------------------------------	---	-------------------------------

## Modélisation

Une éolienne est composée de deux liaisons pivots permettant :

- La rotation de l'hélice par rapport à la nacelle
- La rotation de la nacelle par rapport à un axe verticale afin d'orienter l'hélice dans la direction du vent

On propose le schéma cinématique suivant :



$$\overline{AB} = H\overline{z_0} \quad ; \quad \overline{BC} = R\overline{x_1} \quad ; \quad \overline{CD} = L\overline{y_2}$$

$$\overline{z_0} = \overline{z_1} \quad ; \quad (\widehat{x_0, x_1}) = (\widehat{y_0, y_1}) = \theta_{1/0} \quad ; \quad \overline{x_1} = \overline{x_2} \quad ; \quad (\widehat{y_1, y_2}) = (\widehat{z_1, z_2}) = \theta_{2/1}$$

$$R = 10 \text{ m}$$

## Hypothèses

On considérera que les vitesses de rotations sont constantes :

$$\dot{\theta}_{1/0} = \omega_n = k_1 > 0$$

$$\dot{\theta}_{2/1} = \omega_p = k_2 > 0$$

Dernière mise à jour	Mécanismes – Vitesses –	Denis DEFAUCHY
07/12/2015	Accélération – Lois entrée/sortie	TD1 - Sujet

## *Questions*

### *Vitesse du bout de pôle*

**Question 1:** Exprimer le vecteur position par rapport au repère 0 de l'extrémité de la pôle  $D$  en fonction de  $H$ ,  $R$  et  $L$ .

**Question 2:** Exprimer les 3 vecteurs rotation  $\vec{\Omega}_{10}$ ,  $\vec{\Omega}_{21}$  et  $\vec{\Omega}_{20}$

**Question 3:** Calculer la vitesse de l'extrémité  $D$  de la pôle  $\vec{V}(D/0)$  à l'aide de la définition du vecteur vitesse en fonction de  $R$ ,  $L$ ,  $\dot{\theta}_{1/0}$ ,  $\dot{\theta}_{2/1}$ ,  $\theta_{21}$  et des vecteurs de base.

**Question 4:** Exprimer ce vecteur vitesse dans la base 1.

**Question 5:** En déduire l'expression littérale de la norme de cette vitesse  $V_D$ .

### *Vérification sur des cas particuliers*

**Question 6:** Déterminer  $V_D$  si  $\dot{\theta}_{1/0} = 0$  et commenter.

**Question 7:** Déterminer la position dans laquelle  $V_D$  est maximale si  $\dot{\theta}_{2/1} = 0$  et commenter.

### *Vitesse maximale et position de l'hélice associée*

Vous avez obtenu  $V_D$  de la forme:

$$V_D = f(u) = \sqrt{(L \cos u)^2 (k_1^2 + k_2^2) + (Rk_1 - Lk_2 \sin u)^2}$$

Avec  $u = \theta_{2/1}$

**Question 8:** Montrer que les extrema de la vitesse  $V_D$  sont obtenues pour la condition  $(Lk_1 \sin u + Rk_2) \cos u = 0$

**Question 9:** En déduire le nombre d'extrema existant en fonction du rapport  $\frac{R k_2}{L k_1}$

Ce comportement particulier est issu du fait que la composante de la vitesse de  $D$  issue du mouvement de la nacelle augmente lorsque  $D$  s'éloigne de l'axe de rotation. Tant que la vitesse de la nacelle est assez faible, cette composante n'a pas d'influence sur les extrema de  $V_D$ , mais dès qu'elle est assez grande, elle prend le dessus et ajoute deux extrema à  $V_D$ .

**Question 10:** Déterminer les 2 ou 4 expressions de  $u$  donnant les extrema de  $V_D$  en fonction du rapport  $\frac{R k_2}{L k_1}$

**Question 11:** Déterminer les valeurs extrêmes de  $V_D$  pour ces différentes positions et établir leur hiérarchie

**Question 12:** En déduire, selon le rapport  $\frac{R k_2}{L k_1}$ , la valeur maximale  $V_D^{max}$

**Question 13:** Compte tenu des paramètres de notre éolienne, déterminer la valeur limite  $L_{lim}$  pour laquelle l'expression de  $V_D^{max}$  change.

Dernière mise à jour	Mécanismes – Vitesses –	Denis DEFAUCHY
07/12/2015	Accélérations – Lois entrée/sortie	TD1 - Sujet

**Question 14:** En déduire l'expression littérale et la valeur numérique de la longueur maximale  $L$  des pâles afin de respecter le cahier des charges.

**Question 15:** Préciser la hauteur  $H$  minimale la nacelle doit elle se trouver pour respecter le cahier des charges.

### *Accélération du bout de pôle*

**Question 16:** Déterminer l'expression littérale de l'accélération de l'extrémité  $D$  de la pôle  $\vec{\Gamma}(D, 0)$  en fonction de  $R, L, \dot{\theta}_{1/0}, \dot{\theta}_{2/1}, \ddot{\theta}_{1/0}, \ddot{\theta}_{2/1}$  et des vecteurs de base.

**Question 17:** En déduire l'expression littérale de l'accélération du bout de pôle en supposant que les vitesses de rotation sont constantes en fonction de  $R, L, \dot{\theta}_{1/0}, \dot{\theta}_{2/1}$  et  $\theta_{21}$ .