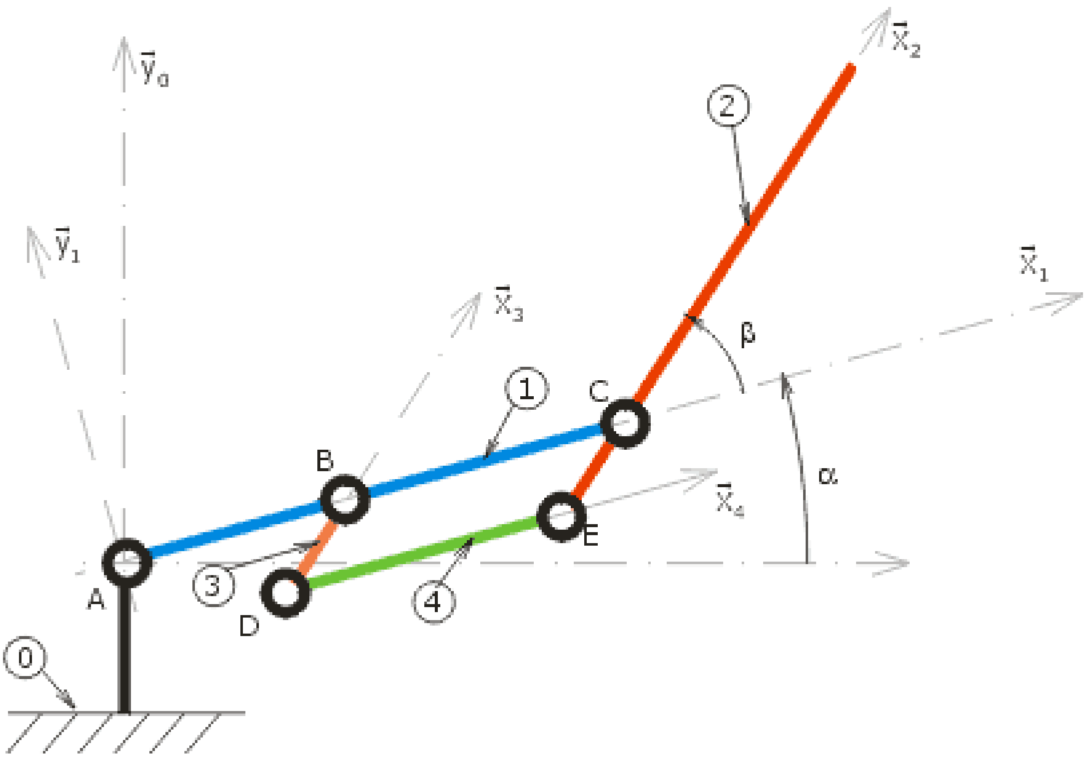
Enoncé *D'après concours ECRIN 1997 PSI*

L'étude concerne un robot industriel permettant la découpe laser, plasma , chalumeau ou des opérations de perçage, rivetage, gravure, collage, après fixation d'un outillage spécifique à l'extrémité du bras (2). Deux motoréducteurs placés en A et B permettent de mettre en mouvement le mécanisme. Ces actionneurs permettent de gérer les lois de mouvement des variables articulaires α et β . Le CIR du mouvement d'une pièce i par rapport à une autre pièce j est noté I_{ij}



On pose:

$$\overrightarrow{AB} = 2.L.\vec{x}_1 \quad , \quad \overrightarrow{AC} = 6.L.\vec{x}_1 \quad , \quad \overrightarrow{EC} = L.\vec{x}_2$$
$$\overrightarrow{DB} = L.\vec{x}_3 \quad , \quad \overrightarrow{CP} = 6.L.\vec{x}_2 \quad , \quad \overrightarrow{DE} = 4.L.\vec{x}_4$$

On suppose que pour l'étude graphique $\alpha = 30°$ et $\beta = 120°$. Les vitesses articulaires sont telles que dans cette position $L.\dot{\alpha} = L.\dot{\beta}$ et ces quantités seront représentées par des segments de longueur 8mm.

1 Pour $\dot{\alpha} \neq 0$ et $\dot{\beta} = 0$, déterminer $\vec{V}(B \in 1/0)$, $\vec{V}(C \in 2/0)$, $\vec{V}(P \in 2/0)$, I_{20}, I_{40}

2 Pour $\dot{\alpha} = 0$ et $\dot{\beta} \neq 0$, déterminer $\vec{V}(D \in 3/0)$, $\vec{V}(E \in 4/0)$, $\vec{V}(P \in 2/0)$, I_{20}, I_{40}

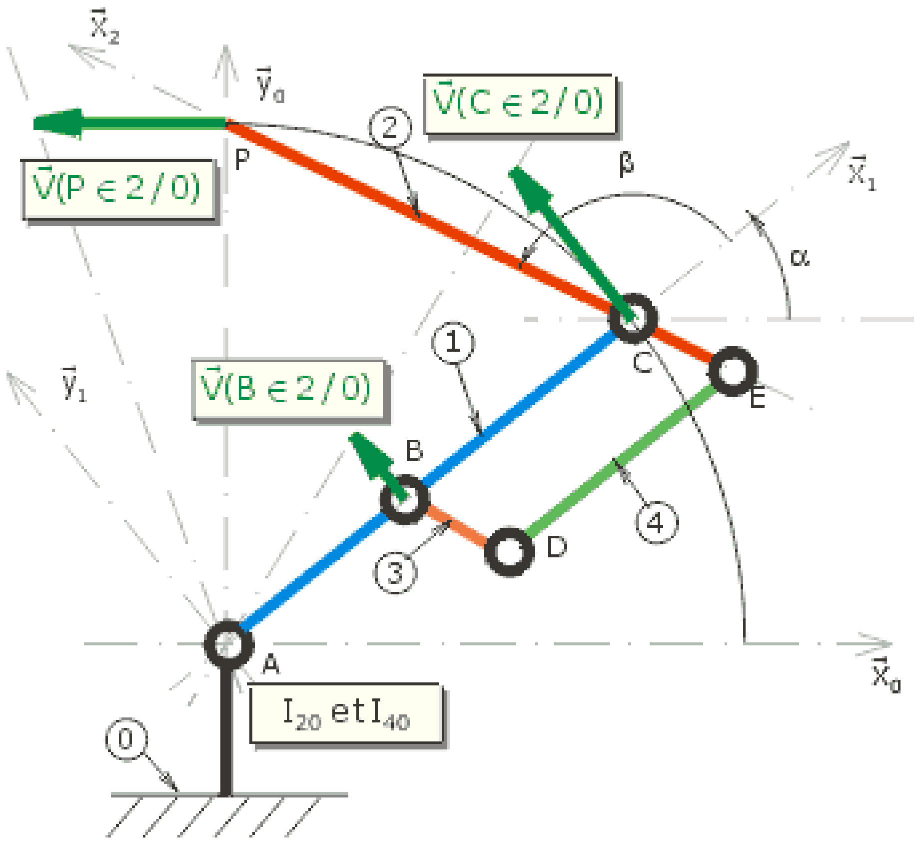
3 Pour $\dot{\beta} = \dot{\alpha} \neq 0$, déterminer $\vec{V}(B \in 1/0)$, $\vec{V}(C \in 2/0)$, $\vec{V}(D \in 3/0)$, $\vec{V}(P \in 2/0)$, I_{20}, I_{40}

Solution

1 D' après les angles définis pour l'étude graphique $\alpha = 30°$ et $\beta = 120°$, on peut constater que le point P est situé sur l'axe $(A, \vec{y}_0)$.

La vitesse $\vec{V}(B \in 1/0)$ est déterminée à partir de la relation entre les vitesses des points d'un même solide : $\vec{V}(B \in 1/0) = \underbrace{\vec{V}(A \in 1/0)}_{\vec{0}} + \underbrace{\overrightarrow{BA} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}}_{-2.L.\vec{x}_1 \wedge \dot{\alpha}.\vec{z}}$. On trouve donc $\vec{V}(B \in 1/0) = 2.L.\vec{y}_1$.

Cette vitesse est représentée par un vecteur plan de 16 mm suivant la direction $\vec{y}_1$.

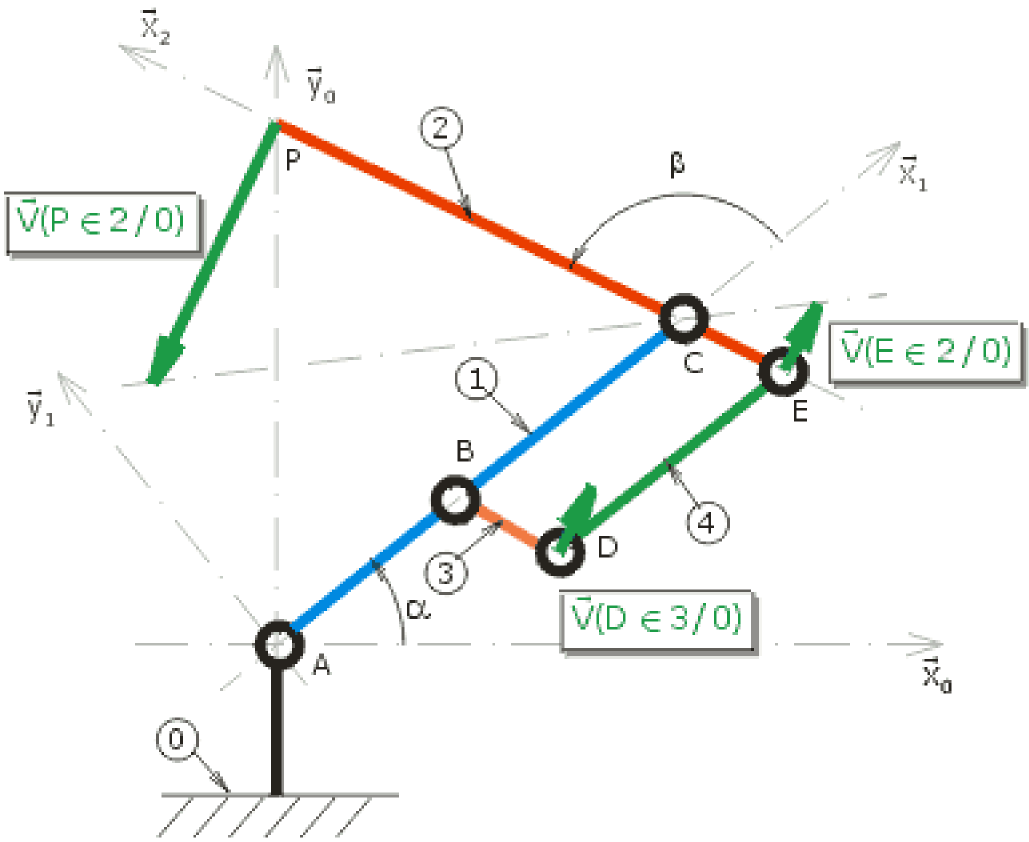


Pour déterminer $\vec{V}(C \in 2/0)$, remarquons que $\vec{V}(C \in 2/0) = \vec{V}(C \in 1/0)$. Comme A est le CIR I_{10}, la vitesse en C sera orientée par $\vec{y}_1$ et nous pouvons alors construire un triangle des vitesses à partir de I_{10} et de la vitesse $\vec{V}(B \in 1/0)$. Nous déduisons ainsi la vitesse $\vec{V}(C \in 1/0)$ et donc $\vec{V}(C \in 2/0)$.

Pour déterminer $\vec{V}(P \in 2/0)$, remarquons que comme $\dot{\beta}$ est nulle, $\vec{V}(P \in 2/0) = \vec{V}(P \in 1/0)$ car $\vec{V}(P \in 2/1) = \underbrace{\vec{V}(B \in 2/1)}_{\vec{0}} + \overrightarrow{PB} \wedge \underbrace{\vec{\Omega}_{2/1}}_{\vec{0}} = \vec{0}$. On peut encore utiliser le triangle des vitesses basé sur I_{10} et la vitesse $\vec{V}(B \in 1/0)$. La direction de la vitesse $\vec{V}(P \in 2/0)$ sera suivant $-\vec{x}_0$ et sa norme sera la même que celle de la vitesse $\vec{V}(C \in 2/0)$ car les deux points C et P se trouvent dans ce cas à égale distance de I_{10}. Le CIR I_{40} est le même que I_{10} car le solide (2) n'ayant pas de mouvement relatif par rapport au solide (1), les pièces (3) et (4) sont figées par rapport à (1). La vitesse de tout point M du mécanisme sera égale à $\vec{V}(M \in 1/0)$. Il n'existe alors qu'un seul CIR pour tout le mécanisme. Il est en A.

2 La configuration du système étant celle de la question précédente, pour $\dot{\alpha} = 0$ et $\dot{\beta} \neq 0$ nous constatons que :
Le parallélogramme déformable BCDE impose un torseur cinématique de translation du solide (4) par rapport au solide (1). Comme $\dot{\alpha} = 0$, le solide (1) est fixe par rapport à (0). Nous déduisons donc que le torseur cinématique de (4) par rapport à (0) est :

$\{\mathcal{V}_{4/0}\} = \underset{\forall M}{\left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \vec{V}_{M \in 4/0} \end{matrix} \right\}}$ ce qui entraîne : $\vec{V}(D \in 4/0) = \vec{V}(E \in 4/0)$. Le CIR I_{40} se trouve dans ce cas à l'infini . Comme de plus le point D est un point commun entre les pièces (3) et (4), nous pouvons écrire : $\vec{V}(D \in 4/0) = \vec{V}(D \in 3/0) = \vec{V}(E \in 4/0)$. Il reste à définir la vitesse $\vec{V}(E \in 4/0)$. Le point E est un point commun entre les solides (4) et (2) tel que $\vec{V}(E \in 4/0) = \vec{V}(E \in 2/0)$. Comme la pièce (2) est en liaison pivot par rapport à la pièce (1) en C et que (1) est fixe par rapport à (0) , le CIR $I_{21} = I_{20}$. La vitesse en E sera : $\vec{V}(E \in 2/0) = -L.\dot{\beta}.\vec{y}_2$. Sa norme $\left\|\vec{V}(E \in 2/0)\right\| = L\left|\dot{\beta}\right|$ sera représentée par 8 mm



De même, $\vec{V}(P \in 2/0) = 6.L.\dot{\beta}.\vec{y}_2$. Sa norme $\left\|\vec{V}(P \in 2/0)\right\| = 6.L\left|\dot{\beta}\right|$ est représentée par 48 mm.

3 Dans le cas $\dot{\beta} = \dot{\alpha} \neq 0$, pour déterminer $\vec{V}(B \in 1/0)$, $\vec{V}(C \in 2/0)$, $\vec{V}(D \in 3/0)$ et $\vec{V}(P \in 2/0)$, nous pouvons utiliser le travail réalisé dans les deux premiers cas de figure :

*Dans le cas $\dot{\alpha} \neq 0$ et $\dot{\beta} = 0$ la cinématique étudiée d'un point M quelconque est : $\vec{V}(M \in 1/0)$

*Dans le cas $\dot{\alpha} = 0$ et $\dot{\beta} \neq 0$ la cinématique étudiée d'un point M quelconque est : $\vec{V}(M \in 2/1)$

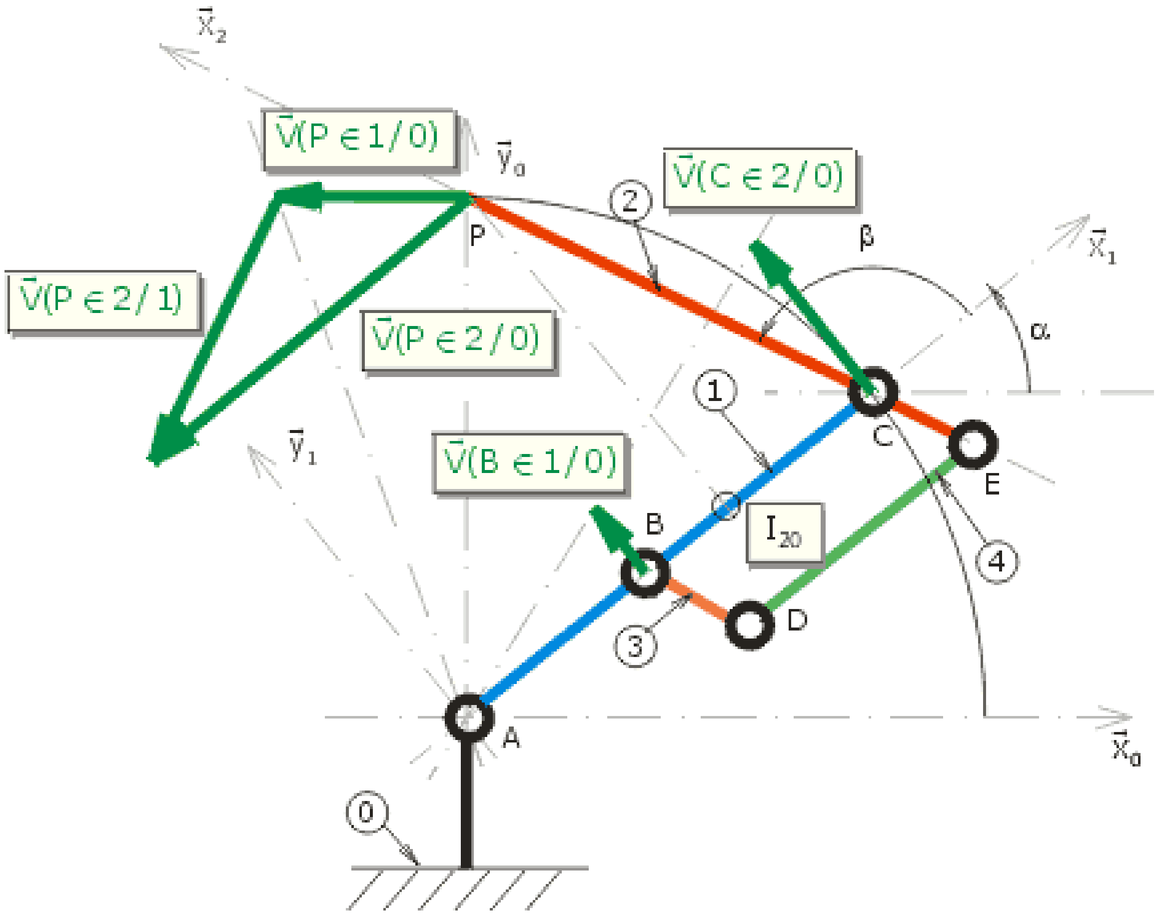
Dans ces conditions, nous pouvons déduire graphiquement les vitesses :

$\vec{V}(B \in 1/0)$ est identique à la vitesse déduite à la première question

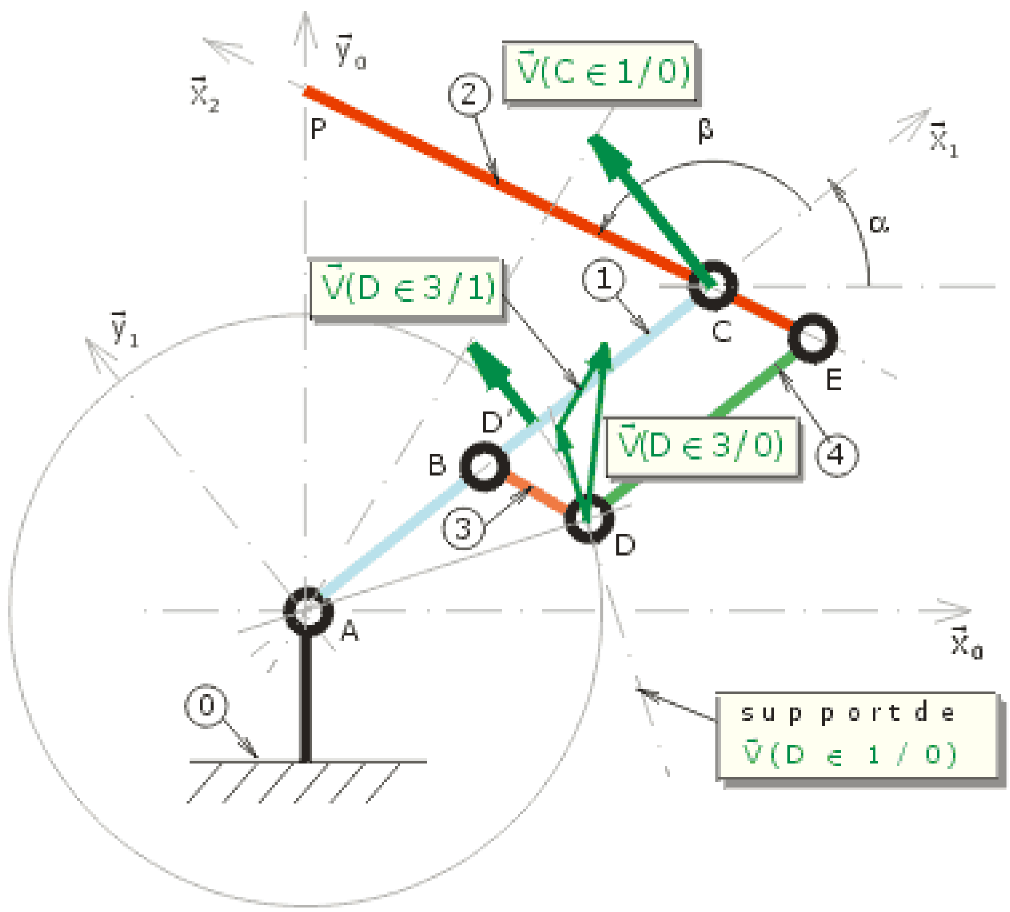
$\vec{V}(C \in 2/0)$ est aussi identique à la vitesse déduite à la première question

$\vec{V}(P \in 2/0) = \vec{V}(P \in 2/1) + \vec{V}(P \in 1/0)$. Cette somme correspond à la somme des deux vitesses du point P déduites à la seconde et première questions.

Le CIR I_{20} se trouvera à l'intersection des perpendiculaires abaissées en P et C aux vitesses $\vec{V}(P \in 2/0)$ et $\vec{V}(C \in 2/0)$.



$\vec{V}(D \in 3/0) = \vec{V}(D \in 3/1) + \vec{V}(D \in 1/0)$. La vitesse $\vec{V}(D \in 3/1)$ est la vitesse du point D déterminée graphiquement à la seconde question. Pour obtenir la vitesse $\vec{V}(D \in 1/0)$, effectuons un rabattement de centre de rotation A, tel que le point D soit transformé en point D' sur le segment $[A, C]$.



A partir du triangle des vitesses construit sur le CIR $I_{10} = A$ et la vitesse $\vec{V}(C \in 1/0)$, nous obtenons la vitesse $\vec{V}(D' \in 1/0)$. Comme d'autre part $\left\|\vec{V}(D' \in 1/0)\right\| = \left\|\vec{V}(D \in 1/0)\right\|$ et que la direction de la vitesse en D est perpendiculaire au vecteur $\overrightarrow{AD}$, nous pouvons placer directement sur la figure $\vec{V}(D \in 1/0)$.

Par sommation graphique au point D des vitesses $\vec{V}(D \in 3/1)$ et $\vec{V}(D \in 1/0)$, nous obtenons alors la vitesse $\vec{V}(D \in 3/0)$.

Cette dernière vitesse est identique à $\vec{V}(D \in 4/0)$. En analysant à présent $\vec{V}(C \in 4/0)$, nous pouvons remarquer que $\vec{V}(C \in 4/0) = \vec{V}(C \in 4/1) + \vec{V}(C \in 1/0)$. Le mouvement de la pièce (4) par rapport à (1) étant un mouvement de translation, nous pouvons écrire :
$\vec{V}(C \in 4/1) = \vec{V}(D \in 4/1) = \vec{V}(D \in 3/1)$. Par sommation graphique au point C nous obtenons graphiquement la vitesse $\vec{V}(C \in 4/0)$.

Le CIR I_{40} sera à l'intersection des perpendiculaires abaissées en D et C aux vitesses $\vec{V}(D \in 4/0)$ et $\vec{V}(C \in 4/0)$.