Corrigé Météor (Mines Ponts MP 05)

Question 1

Relation cinématique d'engrènement de 2 roues dentées en rotation par rapport à un axe fixe (relations à connaître) : $\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1}{Z_2}$ .Le signe « + » est important, il caractérise le sens de rotation des pièces. Il est basé sur les notations $\vec{\Omega}_{1/0} = \omega_{1/0}.\vec{y}_0$ et $\vec{\Omega}_{2/0} = \omega_{2/0}.\vec{x}_0$ et peut-être obtenu simplement par une analyse qualitative.

Le porte satellite 2 est choisi comme référentiel.
Dans ce référentiel, les axes des différentes roues dentées sont fixes et les formules de cinématique sur les engrenages peuvent être appliquées en faisant attention aux signes.

$$\frac{\omega_{41/2}}{\omega_{42/2}} = -\frac{\omega_{41/2} \;.\; \omega_{3/2}}{\omega_{3/2} \;.\; \omega_{42/2}} = -\frac{R_3 \times R_{42}}{R_{41} \times R_3} = -1$$

Or $R_{41}=R_{42}$ d'où $\frac{\omega_{41/2}}{\omega_{42/2}} = -1$

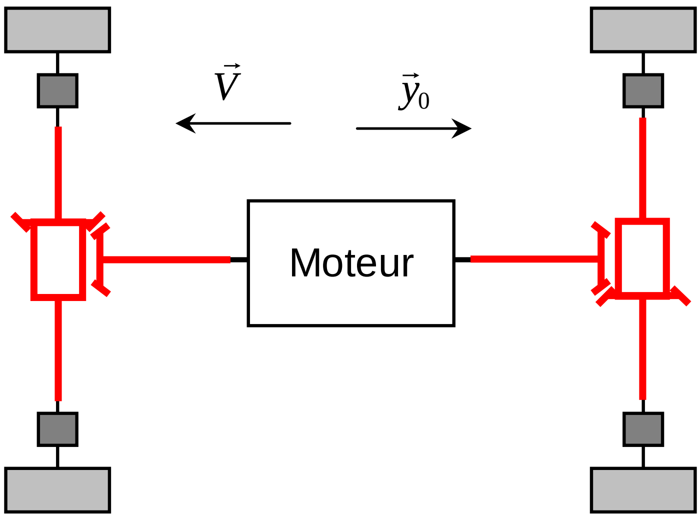
$$\frac{\omega_{41/2}}{\omega_{42/2}} = \frac{\omega_{41/0} - \omega_{2/0}}{\omega_{42/0} - \omega_{2/0}} = -1 \,,$$

d'où : $\omega_{41/0} + \omega_{42/0} = 2\omega_{2/0}$, soit :

$$\omega_{41/0} + \omega_{42/0} = 2.\frac{Z_1}{Z_2}.\omega_{1/0}$$

Question 3

Cahier des charges : rotation identique pour toutes les roues du bogie sachant que $\vec{\Omega}_{1/0} = \omega_{1/0}.\vec{y}_0$ et que la bougie est animé d'un mouvement de translation $\vec{V}_{b/s} = -V.\vec{y}_0$ avec $V > 0$



Question 3

On connaît $\omega_{1/0}$. Il y a 5 équations pour 4 inconnues, une équation n'est pas respectée, d'où le glissement pour l'une des roues.

$$\omega_{81/0} + \omega_{82/0} = \lambda\ \omega_{1/0} \;;\; \omega_{83/0} + \omega_{84/0} = \lambda\ \omega_{1/0}$$

$$\omega_{82/0} = \frac{\omega_{81/0}}{\alpha_2} \;;\; \omega_{83/0} = \frac{\omega_{81/0}}{\alpha_3} \;;\; \omega_{84/0} = \frac{\omega_{81/0}}{\alpha_4}$$

Question 4

Le système étudié est équivalent à celui vu en question 2. Le porte satellite est appelé 8 au lieu de 2. Les planétaires sont repérés 6a et 6b. On en déduit : $\frac{\omega_{6a/8}}{\omega_{6b/8}} = -1$ soit :

$$\frac{\omega_{6a/0} - \omega_{8/0}}{\underbrace{\omega_{6b/0}}_{0} - \omega_{8/0}} = -1 \quad \text{et donc} \quad \omega_{8/0} = \frac{\omega_{6a/0}}{2}$$

Question 5

$$\vec{V}(G \in 7/\mathrm{sol}) = \underbrace{\vec{V}(G \in 7/8)}_{\vec{0}} + \vec{V}(G \in 8/0) + \underbrace{\vec{V}(G \in 0/\mathrm{sol})}_{-V\,\overrightarrow{y_0}}$$

$$\vec{V}(G \in 7/\mathrm{sol}) = \underbrace{\vec{V}(F \in 8/0)}_{\vec{0}} + \overrightarrow{\Omega_{8/0}} \wedge \overrightarrow{FG} - V.\overrightarrow{y_0}$$

$$= \omega_{8/0}.\overrightarrow{x_0} \wedge R_6.\overrightarrow{y_8} - V.\overrightarrow{y_0}$$

$$\vec{V}(G \in 7/\mathrm{sol}) = -V.\ \vec{y}_0 + R_6.\omega_{8/0}.\vec{z}_8$$

$$\vec{\Gamma}(G \in 7/\mathrm{sol}) = \left(\frac{d\vec{V}(G \in 7/\mathrm{sol})}{\mathrm{dt}}\right)_{sol} = -R_6\,.\omega_{8/0}^2.\vec{y}_8$$

$$\vec{\Gamma}(G \in 7/\mathrm{sol}) = -R_6\,.\omega_{8/0}^2.\vec{y}_8$$

Question 6

$$\frac{\omega_{7/8}}{\omega_{6b/8}} = -\frac{Z_{6b}}{Z_7} = -2$$

$$\vec{\Omega}_{7/\mathrm{sol}} = \vec{\Omega}_{7/8} + \vec{\Omega}_{8/0} + \vec{\Omega}_{0/\mathrm{sol}} = +\frac{Z_{6b}}{Z_7}\,\omega_{8/0}\,\vec{y}_8 + \omega_{8/0}\,\vec{x}_0 + \underbrace{\vec{\Omega}_{0/\mathrm{sol}}}_{\substack{\vec{0}\,si \\ ligne\ droite}}$$

soit : $\vec{\Omega}_{7/\mathrm{sol}} = 2\,\omega_{8/0}\,\vec{y}_8 + \omega_{8/0}\,\vec{x}_0$