

THÉORÈME DE PYTHAGORE

5

Objectifs d'apprentissage

- ✎ Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore et sa réciproque.
- ✎ Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres, en utilisant l'égalité de Pythagore.

Gestion du temps

🕒 5 heures

Prérequis

- ⊗ Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir des deux autres.
- ⊗ Effectuer des calculs sur les racines carrées.

Outils didactiques

- ♣ Tableau.
- ♣ Livre scolaire.
- ♣ Une équerre.
- ♣ Le compas.

◆ Pr : Abdelilah BOUTAYEB

◆ Niveau : 3^{ème} APIC

◆ Matière : Mathématiques

◆ Etablissement : Collège Nahda

Activité 1: ABC est un triangle rectangle en A.

Le côté BC, opposé à l'angle droit, est l'hypoténuse du triangle ; c'est le plus grand côté.

On pose $AC = 9 \text{ cm}$; $AB = 12 \text{ cm}$;
 $BC = 15 \text{ cm}$

Calcule : $AB^2 =$

$AC^2 =$

$BC^2 =$

Entoure la bonne proposition

$AB^2 = AC^2 = BC^2$

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

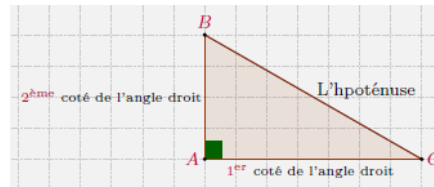
$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AB^2 = AC^2 + BC$

I- Théorème de Pythagore :

* Propriété : Si ABC un triangle **rectangle** en A. Alors :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$



* Résultat : Si ABC un triangle rectangle en A. Alors :

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 \quad \blacksquare \quad AC^2 = BC^2 - AB^2$$

* Remarque : Le théorème de Pythagore permet de calculer les longueurs.

* Exemple : EFG est un triangle rectangle en E, tel que : $EG = 2\sqrt{5} \text{ cm}$ et $EF = 6 \text{ cm}$.

→ Le triangle EFG est rectangle en E.

Donc, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$FG^2 = EG^2 + EF^2$$

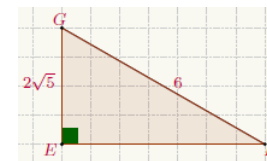
Alors : $EF^2 = FG^2 - EG^2$

$$= 6^2 - (2\sqrt{5})^2$$

$$= 36 - 20$$

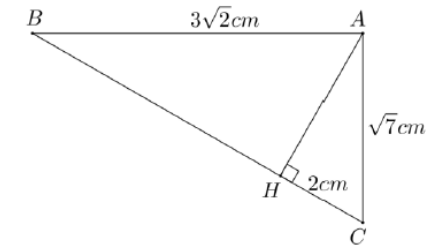
$$= 16$$

Donc : $EF = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$



Exercice 1: (Ex:4-p:62)

Exercice 2 : On considère la figure ci-dessous :



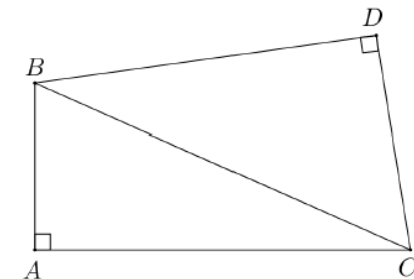
1) Calculer AH.

2) Calculer BH.

Exercice 3: (Ex:25-p:64)

Exercice 4 : (Ex:26-p:64)

Exercice 5 : On considère la figure ci-dessous :



Montrer que : $AB^2 + AC^2 = DB^2 + DC^2$

Activité 2 : ABC un triangle tel que :

AB = 4 cm ; AC = 3 cm ; BC = 5 cm

- 1) Comparer BC^2 et $AC^2 + AB^2$
- 2) Construis la figure.
- 3) Quelle est la nature du triangle ABC ? Vérifie avec un outil géométrique.

II- Réciproque du théorème de Pythagore :

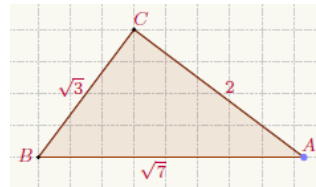
*** Propriété :** Si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle **est rectangle**.

*** Remarque :** La réciproque du théorème de Pythagore permet de démontrer que deux droites sont perpendiculaires.

*** Exemple :** Soit ABC un triangle tel que :

$$AB = \sqrt{7} \text{ cm} \quad \blacksquare \quad AC = 2 \text{ cm} \quad \blacksquare \quad BC = \sqrt{3} \text{ cm}$$

Montrer que le triangle ABC est rectangle et préciser en quel sommet.



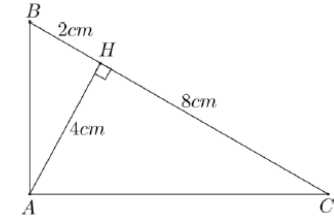
$$\rightarrow \text{On a : } \begin{cases} AB^2 = \sqrt{7}^2 = 7 \\ AC^2 = 2^2 = 4 \\ BC^2 = \sqrt{3}^2 = 3 \end{cases}$$

On remarque que : $AB^2 = AC^2 + BC^2$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

Exercice 6 : (Ex:15-p:63)

Exercice 7 : On considère la figure ci-dessous :

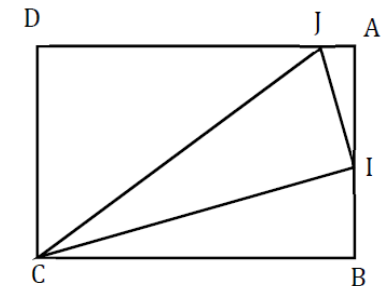


Montrer que le triangle ABC est rectangle.

Exercice 8 : ABCD est un rectangle tel que:

AB = 6 cm et AD = 9 cm.

Soit I le milieu de [AB] et J un point de [AD] tel que : AJ = 1 cm.



- 1) Calculer IJ, IC et JC.
- 2) Montrer que le triangle IJC est rectangle en I.